Über die Anomalie magnetischer Momente –

heuristisch mathematisch betrachtet am Elektron

hans wm KÖRBER

„Was mich zu meiner Wissenschaft führte und von Jugend auf für sie begeisterte, ist die durchaus nicht selbstverständliche Tatsache, daß unsere Denkgesetze übereinstimmen mit den Gesetzmäßigkeiten im Ablauf der Eindrücke, die wir von der Außenwelt empfangen, daß es also dem Menschen möglich ist, durch reines Denken Aufschlüsse über jene Gesetzmäßigkeiten zu gewinnen."

Max Planck, 1945 in seiner wissenschaftlichen Selbstbiographie [1]

Von den fundamentalen physikalischen Konstanten sind die „Anomalien" magnetischer Momente am genausten bekannt. Mit hohem Aufwand, größter Präzision und wahrer Akribie werden in Experimenten unablässig weitere Dezimale ermittelt. Doch die Ursache für die Existenz der Anomalien blieb bisher im dunkeln, so daß darüber mittels Quantenelektrodynamik nicht nachvollziehbar gemutmaßt wird. [29]
Der scheinbare Widerspruch zwischen den Werten des *Bohr*schen Magnetons und dem magnetischen Moment des Elektrons ① löst sich auf, wenn Einzelbetrachtungen darüber angestellt werden, wodurch sich verschiedene Werte beim einerseits (theoretisch in sich) **ruhenden und andererseits eigenbewegten elementaren Elektrofeld (Elektron) ergeben, werden sie in ein homogenes Magnetfeld geschossenen.**
Ein in „ELEKTRONEN-Bewegungen" [2] vorgestelltes Elektron-Modell zeigt für manches probate Lösungen auf: Es liefert brauchbare Hinweise zur Erklärung z B der Doppelspalt-Testergebnisse und des *EPR*-Paradoxons und macht zwiespältiges Photon-Verhalten plausibel. *Feynman* [3] wäre wegen der Feinstrukturkonstante nun beruhigt.
Für viele physikalische Größen, deren Herkunft und / oder Bedeutung teils bisher ungeklärt blieben, wie bspw *Bohr*s Radius und Magneton, *Compton*-Wellenlänge, Feinstruktur-, *Planck*-, *Rydberg*-Konstante und Zirkulationsquant, bietet es einleuchtende oder einfachere Beziehungen allein mittels klassischer Physik.
Mit obigem Modell und simpler Schulmathematik werden klare Unterschiede magnetischer Momente herausgearbeitet. Das Ergebnis zeigt: Ein fraglicher Vergleich bewertete (vom Autor nicht) **unerwartete Differenzen ungleich bedingter Rechen- und Meßwerte als Anomalie und bemühte deshalb die QED.** [4]

1. Einleitung

Das *Ampère*sche magnetische Moment $\vec{j}_{aS}$ in m²·A oder in J/T einer Stromschleife (bzw bestromten Luftspule) errechnet sich bekanntlich als Produkt aus Schleifendurchflutung $\vec{\Theta}_S$ in A (bzw Spulenwindungszahl n mal Spulenstrom $\vec{I}_S$ in A) und Schleifen- resp Spulenquerschnitt A_S in m²:

$$\vec{j}_{aS} = \vec{\Theta}_S A_S \qquad (= n\,\vec{I}_S A_S) \tag{1.1}$$

Der in Versuchen ermittelte Wert des *Bohr*schen Magnetons μ_B ↓1) wird bei quantenmechanischer Betrachtung des Elektrons e^- damit erklärt, daß dieses mit einer Punktladung ② e_0 ↓2) und Ruhemasse m_{e0} ↓3) mit Spin $\vec{S}_e$ ↓4) (halber Bahn-Drehimpuls $\vec{L}_{es}$ ↓5)) kreiselt:

$$\mu_B = \frac{e_0|\vec{S}_e|}{m_{e0}} = \frac{e_0|\vec{L}_{es}|}{2m_{e0}} = \frac{e_0\hbar}{2m_{e0}} = \frac{e_0 h}{4\pi\, m_{e0}} \tag{1.2}$$

mit *Dirac*-Konstante $\hbar$ ↓6) bzw *Planck*-Konstante h ↓7).

---

① Was ist ein Elektron? Hier wird von einem im Modell [2] beschriebenen Elementarteil ausgegangen:
ein kugelsymmetrisches Elektro-Elementarsenkfeld mit feldfreier kugeliger Mitte, deren mathematischer Radius r_e dem klassischen Elektronradius entspricht, intrinsisch mit $\vec{c}$ auf Radius $\vec{r}_E$ ($\hat{=}\lambda\!\!\!^{-}_{Ce}$) kreisend, dadurch ein Wulst-Magnetfeld induzierend, im klassischen Sinne masselos und mit Gesamt-Energiegehalt Elektron-Ruheenergie W_0 ↓8).

② Ladung ist nach allgemeinem Verständnis eine Entität. Davon wird hier abgerückt. **L** ist Summation elektrischer Felddichten beliebiger konzentrischer Kugelflächen im Elektronfeld, also mathematische Referenzgröße. **L** als physikalische Größe führt zur Annahme, das theoretische Trennen der **L** von seinem Feld bedürfe einer Energie, der bisher nicht verifizierten fiktiven Selbstenergie, die, wie die Feldenergie, halbe Ruheenergie ausmacht. Diese Sicht vereinnahmt Ruheenergie allein als potentielle Energie und versperrt Überlegungen, wie sich statische mit kinetischer Energie die Elektron-Ruheenergie teilen. Die Überwindung dieses Dogmas ermöglicht aufschlußreiche Berechnungen. [2]

1) $\mu_B = -9{,}274\,009\,994(57)\cdot10^{-24}$ J/T oder m²·A [5]
2) $e_0 = -1{,}602\,176\,6208(98)\cdot10^{-19}$ s·A oder C [5]
3) $m_{e0} = 9{,}109\,383\,56(11)\cdot10^{-31}$ kg [5] $(= \mu_0\, e_0^2/4\pi r_e)$
4) $S_e = 5{,}272\,859\,00(07)\cdot10^{-35}$ s·J [5] $(= ½\hbar)$
5) $L_{es} = 1{,}054\,571\,8007\cdot10^{-34}$ s·J [6] $(\hat{=}\hbar)$
6) $\hbar = 1{,}054\,571\,800(13)\cdot10^{-34}$ s·J [5] $(= ½h/\pi)$
7) $h = 6{,}626\,070\,40(81)\cdot10^{-34}$ s·J [5]
8) $W_0 = 8{,}187\,105\,65(10)\cdot10^{-14}$ J [5] $[= m_{e0}\,c^2 = e_0^2/(4\pi r_e\,\varepsilon_0)]$

Daß eine auf der Stelle drehende Ladung ein Magnetfeld erzeugt, ist nur relativistisch begründbar, eigentlich nicht nachvollziehbar und muß, wie häufig bei solchen Deutungsversuchen, unverstanden akzeptiert werden.

Es wird **gelehrt**, das Elektron sei massebehaftet und habe einen Spin $\vec{S}_e = ½\hbar$, der durch **Kreiseln** verursacht ist. Diese Vorgaben beachtend, ergibt sich aus folgender Gegenüberstellung [7] innerer Drehimpulse eine Wirkung:

$$(½\hbar =) \quad ½ m_{e0} |\vec{r}_E \times \vec{c}| \quad = {}^1/_5 m_{e0}\, r_e^2\, \omega_{ei} \quad = 5{,}272\,859\,00(07) \cdot 10^{-35}\ \mathrm{J \cdot s}\ [5] \qquad (1.3)$$

in (1.3) mit dem klassischen Elektronradius r_e ↓9), Elektron-Systemradius $\vec{r}_E$ ↓10) (wertmäßig gleich mit der durch 2π dividierten *Compton*-Wellenlänge $\lambda\!\!\!^{-}_{Ce}$ ↓11)), Licht-(besser Feld-)Geschwindigkeit $\vec{c}$ ↓12) und Kreisel-Kreisfrequenz ω_{ei}. Daraus folgt für die **Spinfrequenz** f_{ei} [10]:

$$f_{ei} = \frac{\omega_{ei}}{2\pi} = \frac{5\hbar}{4\pi\, m_{e0}\, r_e^2} = \frac{5 r_E^2 f_e}{2 r_e^2} = \frac{5 f_e}{2\alpha^2} \quad \begin{array}{l} = 5{,}800\,744\,3063 \cdot 10^{24}\ \mathrm{Hz} \\ = 46.947{,}162\,649\, f_e \end{array} \qquad (1.4)$$

in (1.4) mit Feinstrukturkonstante α ↓13). Damit ergäbe sich eine Elektronäquator-Umfangsgeschwindigkeit v_{ei} von:

$$v_{ei} = 2\pi\, r_e f_{ei} \quad = 1{,}027\,058\,9762 \cdot 10^{11}\ \mathrm{m/s} \quad = 3{,}425\,899\,981 \cdot 10^2\, c \quad \textbf{(!)} \qquad (1.5)$$

Ein Ladungsfilm des Elektrons bewegte sich am Äquator demnach mit **>300facher Feldgeschwindigkeit *c***?
Im Kreiseln steckte – bei homogener Kugel-Masseverteilung – eine Rotationsenergie W_{ei} von:

$$W_{ei} = ½ J_{ei}\, \omega_{ei}^2 = {}^1/_5 m_{e0}\, r_e^2\, \omega_{ei} = 1{,}921\,806\,9058 \cdot 10^{-9}\ \mathrm{J} = 2{,}34_7\,358\,1361 \cdot 10^4\, W_0 \quad \textbf{(!)} \qquad (1.6)$$

in (1.6) mit Elektron-Massenträgheitsmoment J_{ei} ↓14).
Auch diese **enorme** Energie führt etwa eine Rotation einer angeblich massebehafteten Elektronkugel ad absurdum.

Folgt man hingegen dem im Diskurs „ELEKTRONEN-Bewegungen" [2] vorgestellten Modell des Elektrons mit **kreisender**, nicht kreiselnder Feldmitte, erhält man für das *Ampère*sche magnetische Moment j_{ae} des Elektrons:

$$j_{ae} = \mu_B = ½ e_0 |\vec{r}_E \times \vec{c}| \ (\triangleq ½ e_0 \lambda\!\!\!^{-}_{Ce}\, c) = e_0 f_e \pi r_E^2 = \Theta_e \cdot A_E = -9{,}274\,009\,9942 \cdot 10^{-24}\ \mathrm{J/T}\ [12] \qquad (1.7)$$

in (1.7) mit Elektron-Umlauffrequenz f_e ↓15) (≙ *de-Broglie*-Frequenz), Elementar-Durchflutung Θ_e ↓16) und von $\vec{r}_E$ umschriebener Kreisfläche A_E ↓17). (1.7) wird mit $h = 2\pi\, r_E\, m_{e0}\, c$ [13] und $c = 2\pi\, r_E f_e$ [9] in (1.2) bestätigt.

Das Ergebnis (1.7) basiert darauf, daß sich das elementare Elektrofeld eEF intrinsisch auf einer Kreisbahn bewegt. Dadurch treten in allen Raumpunkten Elektroenergie-Schwankungen auf, die zeitgemittelt ein Wulst-Magnetfeld, ein Dipolfeld erzeugen. Das ist nachvollziehbar und nicht mystisch.

Das *Bohr*sche Magneton kann somit, entgegen der Lehrmeinung, (mittels aufgezeigtem Elektron-Modell) klassisch hergeleitet werden. Es bedarf dazu nicht indoktrinierender Quantenphysik.

2. *Landé*-Faktor und gyromagnetisches Verhältnis des Elektrons

Im feldfreien Raum existiert vom Elektron nur sein kugelsymmetrisches Elektrofeld $\vec{E}_e$ und das durch dessen Eigenbewegung erzeugte Magnetdipolfeld $\vec{B}_e$. Dessen magnetisches Moment $\vec{\mu}_{ef}$ entspricht dem *Bohr*schen Magneton μ_B. Der Drehimpuls $\vec{L}_{es}$ des **freien** Elektrons hat den Betrag der *Dirac*-Konstante $\hbar$, folglich:

$$\vec{\mu}_{ef} / \mu_B = -\vec{L}_{es} / \hbar \qquad (2.1)$$

Der *Landé*-Faktor oder gyromagnetische Faktor g gibt für ein Ladungsteil an, um wie viel stärker sich sein Spin $\vec{S}$ auf seine Energie auswirkt als ein gleich großer Bahndrehimpuls $\vec{L}$ [16]. Da der Drehimpuls $\vec{L}_{es}$ des **freien** Elektrons genau das Doppelte seines Spins $\vec{S}_e$ beträgt, ist sein *Landé*-Faktor g_{ef} exakt 2:

---

9) $r_e = 2{,}817\,940\,3227(19) \cdot 10^{-15}$ m [5], klassischer Elektronradius
10) $r_E = 3{,}861\,592\,675\,321 \cdot 10^{-13}$ m [8]
11) $\lambda\!\!\!^{-}_{Ce} = 3{,}861\,592\,6764(18) \cdot 10^{-13}$ m [5]
12) $c = 299.792.458$ m/s [5] $(= 2\pi\, r_E f_e)$ [9]
13) $\alpha = 7{,}297\,352\,5664(17) \cdot 10^{-3}$ m [5] $(\approx 1/137)$
14) $J_{ei} = 2{,}893\,427\,223 \cdot 10^{-60}\ \mathrm{m^2 \cdot kg}$ [11]
15) $f_e = 1{,}235\,589\,965\,179 \cdot 10^{20}\ \mathrm{s^{-1}}$ [12] $(= W_0/h)$
16) $\Theta_e = -19{,}796\,333\,5511$ A [14] $(= e_0\, W_0/h)$
17) $A_E = 4{,}684\,710\,920\,294 \cdot 10^{-25}\ \mathrm{m^2}$ [15] $(= \pi r_E^2)$

$$\frac{\vec{\mu}_{\mathrm{ef}}}{\mu_{\mathrm{B}}} = -\frac{\vec{L}_{\mathrm{es}}}{\hbar} = -g_{\mathrm{ef}}\frac{\vec{S}_{\mathrm{e}}}{\hbar} \quad \Leftrightarrow \quad g_{\mathrm{ef}} = \frac{\vec{L}_{\mathrm{es}}}{\vec{S}_{\mathrm{e}}} = \frac{2|\vec{\mu}_{\mathrm{ef}}|}{\mu_{\mathrm{B}}} = 2 \tag{2.2}$$

Im Magnetfeld $\vec{B}$ trägt der Drehimpuls $\vec{L}_{\mathrm{es}}$ des Elektrons zur Energie bei mit

$$\mu_{\mathrm{B}}\,\vec{L}_{\mathrm{es}}\,\vec{B}/\hbar \tag{2.3}$$

und der Spin $\vec{S}_{\mathrm{e}}$ des Elektrons hingegen mit

$$g_{\mathrm{e}}\mu_{\mathrm{B}}\,\vec{S}_{\mathrm{e}}\,\vec{B}/\hbar \qquad g_{\mathrm{e}} \neq g_{\mathrm{ef}} \quad \textbf{(!)} \tag{2.4}$$

Im Magnetfeld gilt nicht (2.2), sondern für den gyromagnetischen oder *Landé*-Faktor g_{e} die Beziehung:

$$g_{\mathrm{e}} = \frac{2|\vec{\mu}_{\mathrm{e}}|}{\mu_{\mathrm{B}}} > 2 \tag{2.5}$$

[= 2,002 319 304 3622(15) CODATA 2007]
= 2,002 319 304 361 82(52) [5]
= 2,002 319 304 3*80 08* ③

Da also $\mu_{\mathrm{B}} < |\vec{\mu}_{\mathrm{e}}| \neq |\vec{\mu}_{\mathrm{ef}}|$, besteht zwischen *Bohr*schem Magneton μ_{B} und magnetischem Elektron-Moment $\vec{\mu}_{\mathrm{e}}$ ↓[18] vermeintlich eine Diskrepanz. Der Werteunterschied zwischen beiden Größen relativ zum *Bohr*schen Magneton wird mit **Anomalie des magnetischen Moments des Elektrons** a_{e} ($\neq 0$) bezeichnet:

$$a_{\mathrm{e}} = \frac{|\vec{\mu}_{\mathrm{e}}|}{\mu_{\mathrm{B}}} - 1 = \frac{g_{\mathrm{e}} - 2}{2} \tag{2.6}$$

[= 1,159 652 181 11(74) $\cdot 10^{-3}$ CODATA 2007]
= 1,159 652 180 91(26) $\cdot 10^{-3}$ [5]
= 1,159 652 1*90 04* $\cdot 10^{-3}$ ③

Weil nun offensichtlich der Elektronspin (?) $\vec{S}_{\mathrm{e}}$ ↓[4] den Unterschied von $|\vec{\mu}_{\mathrm{e}}|$ und μ_{B} verursacht, wird zwecks Bewertung aus magnetischem Elektron-Moment $\vec{\mu}_{\mathrm{e}}$ und Elektronspin $\vec{S}_{\mathrm{e}}$ der Quotient gebildet und dieser gyromagnetisches Verhältnis γ_{e} des Elektrons genannt:

$$\gamma_{\mathrm{e}} = \frac{|\vec{\mu}_{\mathrm{e}}|}{|\vec{S}_{\mathrm{e}}|} = \frac{4\pi\mu_{\mathrm{e}}}{\hbar} = \frac{4\pi(1+a_{\mathrm{e}})r_{\mathrm{e}}}{\mu_0\, e_0} = g_{\mathrm{e}}\frac{\mu_{\mathrm{B}}}{\hbar} = \frac{g_{\mathrm{e}}}{2}\cdot\frac{e_0}{m_{\mathrm{e}0}} \tag{2.7}$$

[= –1,760 859 770(74) $\cdot 10^{11}$ m²/(s² · V) CODATA 2007]
= –1,760 859 644(11) $\cdot 10^{11}$ m²/(s² · V) [5]
= –1,760 859 64*3 509* $\cdot 10^{11}$ m²/(s² · V) ③
(Der CODATA-empfohlene Wert ist bevorzugt positiv.)

in (2.7) mit der magnetischen Feldkonstante μ_0 ↓[19].

3. Zur Suche des exakten *Landé*-Faktors – das ($g_{(\mathrm{e})}$–2)-Experiment

Wird ein geladenes Teilchen mit (anfangs linearer) Geschwindigkeit $\vec{v}_\ell$, also mit Impuls $\vec{p} = m \cdot \vec{v}_\ell$ senkrecht zu den Feldlinien eines homogenen Magnetfelds $\vec{B}$ eingeschossen, so beschreibt es unter dem Einfluß der lotrecht auf der Bahnkurve stehenden magnetischen (*Lorentz*-)Kraft $F_{\mathrm{L}} = q(\vec{v}_\ell \times \vec{B})$, deren Betrag wegen $v_\ell \perp B$ einfach $q\,v_\ell\,B$ ist, eine Kreisbahn [17]. Die zum Kreismittelpunkt gerichtete Beschleunigung a der Kreisbewegung hat den Betrag $a = v_\ell^2/r_{\mathrm{c}} \rightarrow r_{\mathrm{c}}$ ist der Bahnradius. Die Bewegungsgleichung fordert $m(v_\ell) \cdot a = q\,v_\ell\,B$, also:

$$\frac{v_\ell}{r_{\mathrm{c}}} = \frac{q\,B}{m}\sqrt{1 - v_\ell^2/c^2} = \omega_{\mathrm{c}} \tag{3.1}$$

Das Verhältnis von Geschwindigkeit v_ℓ und Bahnradius r_{c} ist gleich der Winkelgeschwindigkeit ω_{c}, die für ein geladenes Teilchen Zyklotron-Frequenz bezeichnet wird. Für Geschwindigkeiten $v_\ell \ll c$ ist m konstant, weil der reziproke γ-Faktor zu $\sqrt{1 - v_\ell^2/c^2} = 1$ gesetzt werden kann. **Zyklotron-Frequenz** ω_{c} berechnet sich damit zu:

$$\omega_{\mathrm{c}} = \frac{q}{m}|\vec{B}|\Big|_{v_\ell \ll c} \tag{3.2}$$

Ein Teilchen mit Ladung q, das sich mit Kreisfrequenz ω_{c} auf einer Kreisbahn mit Radius r_{c} bewegt, stellt einen Kreisstrom $I_{\mathrm{c}} = q\,\omega_{\mathrm{c}}/2\pi$ dar und besitzt klassisch ein magnetisches Moment, ein **Zyklotron-Magneton** μ_{c}:

---

③ berechnet mit von CODATA im Juni 2015 empfohlenen Werten für μ_{e} und μ_{B}

[18] $\mu_{\mathrm{e}} = -9{,}284\,764\,620(57) \cdot 10^{-24}$ J/T [5]

[19] $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ s · V/(m · A) [5]

$$\mu_c = I_c \pi r_c^2 = \tfrac{1}{2} q\, r_c^2\, \omega_c = \frac{q^2 r_c^2 |\vec{B}|}{2m} \left(\sqrt{1 - v_\ell^2/c^2}\right) \tag{3.3}$$

(3.1) umgestellt, liefert für den **Zyklotron-Radius** r_c:

$$r_c = \frac{m}{q\sqrt{1 - v_\ell^2/c^2}} \cdot \frac{v_\ell}{|\vec{B}|} \tag{3.4}$$

Damit wird aus (3.3):

$$\mu_c = \frac{m}{2\sqrt{1 - v_\ell^2/c^2}} \cdot \frac{v_\ell^2}{|\vec{B}|} = \tfrac{1}{2} q\, r_c\, v_\ell \tag{3.5}$$

Hätte ein Elektron keinen Spin und würde mit $v_\ell = 1.000$ km/s in ein Feld mit $B = 1$ mT eingeschossen, liefe es auf einem Kreis um mit r_{ce}:

$$r_{ce} = \frac{m_{e0}}{e_0} \cdot \frac{v_\ell}{|\vec{B}|} = \frac{\mu_0\, e_0}{4\pi\, r_c} \cdot \frac{v_\ell}{|\vec{B}|} = 5{,}685\,630\,062 \text{ mm} \Big|_{10^6 \text{ m/s};\, 10^{-3} \text{ T}} \tag{3.6}$$

in Zyklotron-Frequenz $f_{ce} = 27{,}992\,49$ MHz [→ (3.8)] und hätte dann ein **Elektron-Zyklotron-Magneton** μ_{ce} von:

$$\mu_{ce} = \frac{m_{e0}}{2} \cdot \frac{v_\ell^2}{|\vec{B}|} = \frac{\mu_0\, e_0^2}{8\pi\, r_c} \cdot \frac{v_\ell^2}{|\vec{B}|} = 4{,}554\,691\,780 \cdot 10^{-16} \text{ J/T} \Big|_{10^6 \text{ m/s};\, 10^{-3} \text{ T}} \tag{3.7}$$

In (3.6) und (3.7) ist m_{e0} nach dem 2. Gleichungszeichen durch sein Äquivalent $\mu_0\, e_0^2/(4\pi\, r_c)$ nach [18] ausgetauscht.

Ein Elektron bewegt sich stets intrinsisch mit c [19]. Äußere Einwirkungen (bspw durch v_ℓ) ändern allenfalls die Bewegungsrichtung, aber nicht die Eigengeschwindigkeit. Die rechnerische Elektronmasse bleibt also konstant – der relativistische, *Lorentz*- oder γ-Faktor entfällt. **Elektron-Zyklotron-Frequenz** ω_{ce} berechnet sich daher zu:

$$\omega_{ce} = \frac{e_0}{m_{e0}} |\vec{B}| = \frac{4\pi\, r_c}{\mu_0\, e_0} |\vec{B}| = \frac{v_\ell}{r_{ce}} = 1{,}758\,820\,0236 \cdot 10^{11} \text{ s}^{-1}/\text{T};\ < 1{,}76 \cdot 10^8 \text{ s}^{-1} \text{ bei } 10^{-3} \text{ T} \tag{3.8}$$
$$(f_{ce} = 2{,}799\,249\,0077 \cdot 10^{10} \text{ Hz/T};\ < 28 \text{ MHz bei } 10^{-3} \text{ T})$$

Es heißt: Wird ein **Teilchen mit einem Spin** wie das Elektron **in ein Magnetfeld** gebracht, präzediert sein Spin mit *Larmor*-Frequenz (Spin-Präzessionsfrequenz) ω_L um das Magnetfeld. Die Elektron-*Larmor*-Frequenz ω_{Le} sei:

$$\omega_{Le} = \gamma_e |\vec{B}| = \frac{g_e}{2} \cdot \frac{e_0}{m_{e0}} |\vec{B}| = \frac{v_\ell}{r_{Le}} = 1{,}760\,859\,6431 \cdot 10^{11} \text{ s}^{-1}/\text{T};\ > 1{,}76 \cdot 10^8 \text{ s}^{-1} \text{ bei } 10^{-3} \text{ T} \tag{3.9}$$
$$(f_{Le} = 2{,}802\,495\,1629 \cdot 10^{10} \text{ Hz/T};\ > 28 \text{ MHz bei } 10^{-3} \text{ T})$$

Zyklotron- und *Larmor*-Frequenz sind demzufolge gleich, wenn der *Landé*-Faktor $g = 2$ ist.

Die Ermittlung des *Landé*-Faktors erfolgt mit einem in ***Bild 1*** skizzierten Experiment [20]:

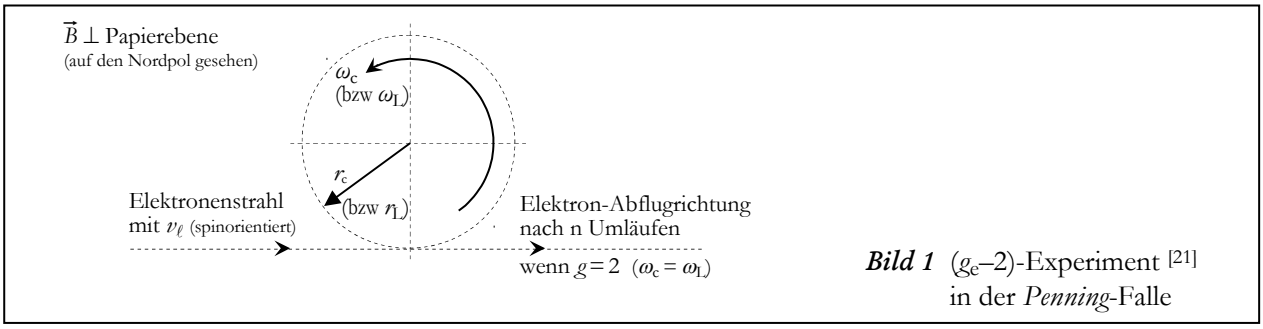


Bild 1 (g_e–2)-Experiment [21] in der *Penning*-Falle

Aus der Anzahl n der Umläufe sowie der Winkeldifferenz zwischen Einstrahlung und Abflug (in Kenntnis der Flußdichte $\vec{B}$) kann *Landé*-Faktor g berechnet werden.

Zur **Genauigkeit** der (g–2)-Ermittlung wegen der Rundung von $\sqrt{1-v_\ell^2/c^2}=1$ in (3.2):
Bei der Suche nach dem exakten *Landé*-Faktor geht es im Grunde um die Beurteilung der Differenz [22] oder des Verhältnisses zweier Frequenzen, nämlich der *Larmor*- zur Zyklotron-Frequenz. Ihr Quotient führt zu:

$$\frac{\omega_\mathrm{L}}{\omega_\mathrm{c}} = \frac{g}{2}\cdot\frac{q|\vec{B}|\cdot m}{m\cdot q|\vec{B}|} = \tfrac{1}{2}g = \frac{v_\ell/r_\mathrm{L}}{v_\ell/r_\mathrm{c}} = \frac{r_\mathrm{c}}{r_\mathrm{L}} \tag{3.10}$$

Ein Vergleich dieser Frequenzen ist nur dann sinnvoll, wenn für beide absolut gleiche Voraussetzungen erfüllt sind: identische Werte von $\vec{B}$, v_ℓ und m. Ein in (3.5) etwa mit m verbundener γ-Faktor tauchte in (3.10) jedoch sowohl im Zähler wie Nenner auf, kürzte sich (wie auch m) weg und ist für die Genauigkeit daher belanglos. Bei der (g_e–2)-Ermittlung (des Elektrons) existiert ein γ-Faktor ohnehin nicht.

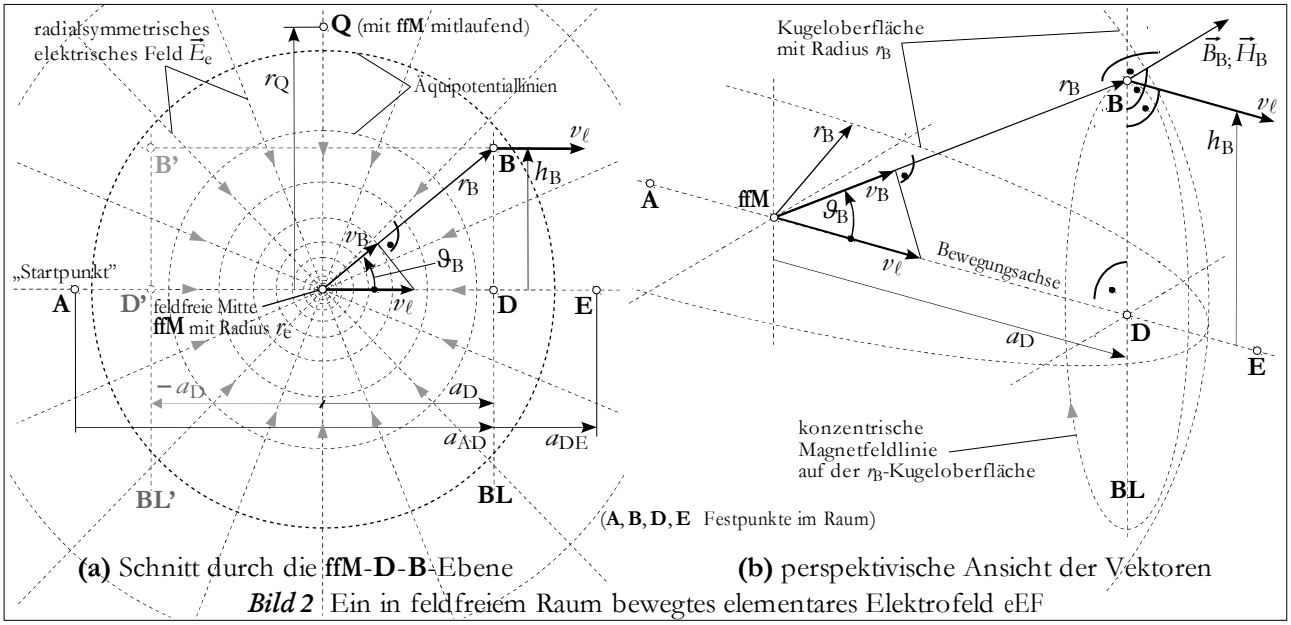
Beim Versuch einzuhaltende / auftretende Werte:
Für einen Zyklon-Durchmesser $2r_\mathrm{ce}\approx 10$ mm sind Elektronen bei einer Flußdichte $B\approx 1$ mT mit $v_\ell\approx 900$ km/s (3 ‰ c) ins Feld einzuschießen.
Kürzte sich ein γ-Faktor gemäß (3.5) nicht heraus, ließe es die gebotene extrem hohe Genauigkeit – gerade bei (g–2)-Ermittlungen – nicht zu, den zu $v_\ell=900$ km/s gehörenden Wert $\gamma=1/\sqrt{1-v_\ell^2/c^2}=1{,}000\,043...$ auf 1 zu runden.
Die **Irrelevanz** hier **von γ** zeigt, daß der Versuch keine Beweise für allein relativistische Betrachtungen liefert.

4. Bewegte Elektrofelder

4.1. Ein in feldfreiem Raum ④ linear bewegtes elementares Elektrofeld <u>ohne</u> Eigenbewegung

Ein im Raum ruhendes kugelsymmetrisches Elektrofeld wirkt nach außen durch seine sphärische elektrische Feldstärke $\vec{E}_\mathrm{e}$ bzw Flächenfelddichte $\vec{\sigma}_\mathrm{e}=\varepsilon_0\cdot\vec{E}_\mathrm{e}$, und zwar direkt nur auf ein anderes Elektrofeld. Erst wenn sich das Feld im Raum bewegt, induziert es darin ein Magnetfeld und wechselwirkt darüber mit einem anderen M-Feld (aber keinem E-Feld) ⑤. Jedes M-Feld existiert wegen einer Ortsveränderung eines E-Felds. Ein E-Feld erzeugt ein M-Feld dann, wenn die E-Feldbewegung in Raumpunkten elektrische Energieschwankungen verursacht. Da die Energie des E-Felds im Raum radialsymmetrisch verteilt ist, kann etwa bei Drehung in sich (wahrer Spin) kein M-Feld entstehen [2]. Weil sich das E-Feld bis ins Unendliche erstreckt, entsteht bei seiner Bewegung ein ebenfalls unendlich ausgedehntes M-Feld. Ein sich schwächendes, abbauendes M-Feld erzeugt ein E-Feld, gibt Energie zurück an sein ursächliches E-Feld. Ein M-Feld hat nur dann ein magnetisches Moment, wenn die Mitte seines originären E-Felds eine Fläche umläuft.

Ein **elementares Elektrofeld** eEF (mit mathematischer <u>Ladung</u> e_0 und <u>Masse</u> m_e0, dem Elektron entsprechend, doch weder kreiselnd noch kreisend, also <u>ohne</u> Drehimpuls) bewege sich in (materie- und) <u>feldfreiem Raum</u> mit seinem elektrofeldfreien Kugelzentrum mit Radius r_e geradlinig in konstanter (Linear-)Geschwindigkeit v_ℓ (→ ***Bild 2*** a). Dabei ziele seine Bewegungsachse auf einen im Raum feststehenden Punkt D. Zwischen seiner Feldmitte und einem Festpunkt B bestehe daher eine Relativgeschwindigkeit v_B.



(a) Schnitt durch die **ffM**-**D**-**B**-Ebene **(b)** perspektivische Ansicht der Vektoren

Bild 2 Ein in feldfreiem Raum bewegtes elementares Elektrofeld eEF

④ Dies ist eine theoretische Betrachtung zur Beschreibung prinzipieller Freifeldverhältnisse. Einen absolut feldfreien Raum gibt es nicht.

⑤ Leider wird häufig (aus relativistischer Sicht?) das Gegenteil behauptet, z B in [23].

Beobachtungslinie BL ist lotrecht zur Bewegungsachse ffM-D. Punkte gleichen Abstands r_B von der Feldmitte ffM liegen auf einer Kugeloberfläche (→ ***Bild 2*** b). Auf dieser ist die Flächenfelddichte $|\vec{\sigma}_B|$ überall gleich.
In welchem Maße sich Abstand r_B und damit die in B vorhandene Flächenfelddichte über die Zeit ändern, hängt von der Höhe h_B über der Bewegungsachse sowie der horizontalen Lineargeschwindigkeit v_ℓ ab.

Bild 2 b zeigt eine Momentan-Magnetfeld**linie** durch Punkt B. Demgegenüber ist in ***Bild 3*** das gesamte wandernde Momentan-Magnet**feld** $\vec{B}_\ell$ um die ffM schematisch dargestellt.

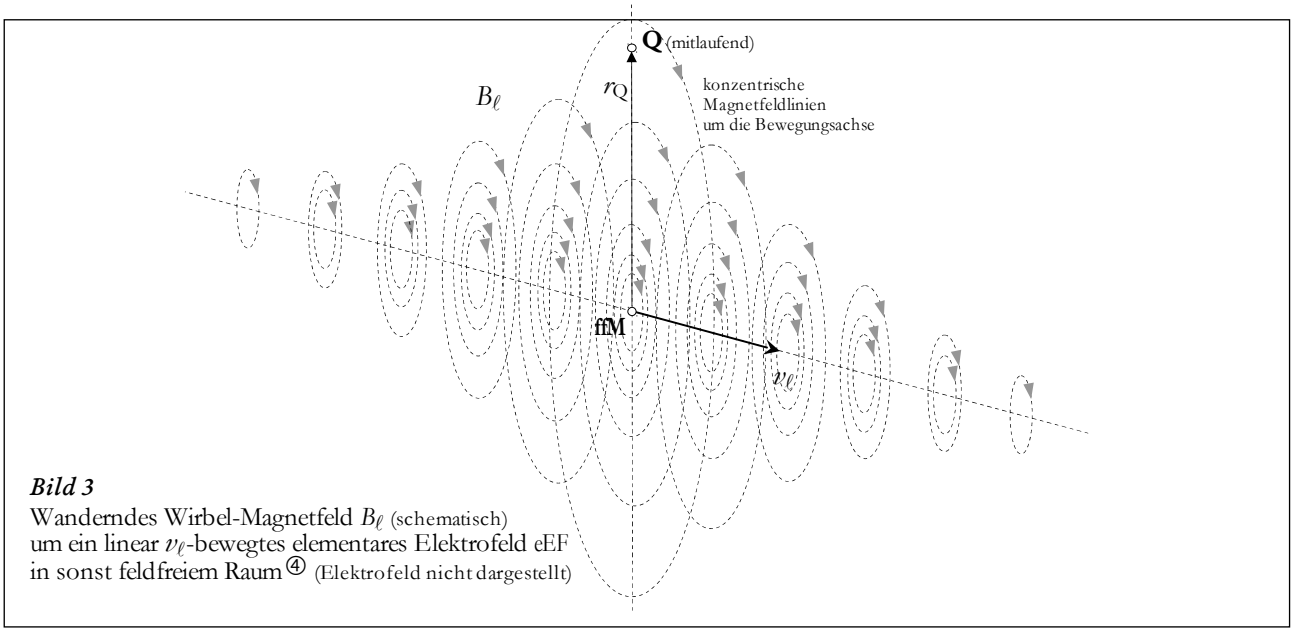


Bild 3
Wanderndes Wirbel-Magnetfeld B_ℓ (schematisch)
um ein linear v_ℓ-bewegtes elementares Elektrofeld eEF
in sonst feldfreiem Raum ④ (Elektrofeld nicht dargestellt)

Bei bewegter ffM (und somit bewegtem Elektrofeld) ändert sich Horizontalabstand $a_D(t_i)$ linear über die Zeit t_i :

$$a_D(t_i) = a_{AD} - v_\ell \cdot t_i \qquad (t_i = \text{verstrichene Zeit seit die ffM bei A startete}) \tag{4.1.1}$$

Mit gegebener Punkthöhe h_B über D und momentanem Winkel $\vartheta_B(t_i)$ gilt: (Beachte! $\sin\vartheta_B \neq 0$ bzw $\cos\vartheta_B \neq 0$)

$$r_D(t_i) = \frac{h_B}{\sin[\vartheta_B(t_i)]} = \frac{a_{AD} - v_\ell \cdot t_i}{\cos[\vartheta_B(t_i)]} \tag{4.1.2}$$

und nach Pythagoras beträgt der Diagonalabstand $r_B(t_i)$ zwischen ffM und B:

$$r_B(t_i) = \sqrt{(a_{AD} - v_\ell \cdot t_i)^2 + h_B^2} \tag{4.1.3}$$

Mit (4.1.2) und (4.1.3) gilt für Winkel $\vartheta_B(t_i)$:

$$\vartheta_B(t_i) = \arcsin\frac{h_B}{\sqrt{(a_{AD} - v_\ell \cdot t_i)^2 + h_B^2}} = \arccos\frac{a_{AD} - v_\ell \cdot t_i}{\sqrt{(a_{AD} - v_\ell \cdot t_i)^2 + h_B^2}} = \arctan\frac{h_B}{a_{AD} - v_\ell \cdot t_i} \tag{4.1.4}$$

Flächenfelddichte $\vec{\sigma}_B(t_i)$ in B [$|\vec{\sigma}_B(t_i)| \leq |\vec{\sigma}_0|$ ↓[20)]] ergibt sich analog [24] mit (4.1.2) resp (4.1.3) zu:

$$\vec{\sigma}_B(t_i) = \frac{e_0}{4\pi\, r_B^2(t_i)} = \frac{e_0 \sin^2[\vartheta_B(t_i)]}{4\pi\, h_B^2} = \frac{e_0}{4\pi[(a_{AD} - v_\ell \cdot t_i)^2 + h_B^2]} = \varepsilon_0 \cdot E_B(t_i) \tag{4.1.5}$$

In B wird (wegen Ladungsverschiebung $\Delta Q_B(t_i)$ oder Feldstärkeänderung $\Delta E_B(t_i)$, konform mit [25] wegen v_ℓ-bewegter Flächenfelddichte $\sigma_B(t_i)$ – magnetische Erregung $H_B(t_i)$ (Magnetfeldlinien-Tangente ⊥ zu v_ℓ, r_B und h_B) erzeugt von:

$$H_B(t_i) = \sigma_B(t_i) \cdot v_\ell = \frac{e_0\, v_\ell \sin^2[\vartheta_B(t_i)]}{4\pi\, h_B^2} = \frac{e_0\, v_\ell}{4\pi[(a_{AD} - v_\ell \cdot t_i)^2 + h_B^2]} = \varepsilon_0 \cdot E_B(t_i) \cdot v_\ell \tag{4.1.6}$$

[20)] $\sigma_0 = -1{,}605\,598\,461 \cdot 10^9\ \mathrm{s \cdot A/m^2}$ [26]

Damit verbunden ist eine magnetische Flußdichte $B_{\mathrm{B}}(t_i)$:

$$B_{\mathrm{B}}(t_i) = \mu_0 \cdot H_{\mathrm{B}}(t_i) = \frac{\mu_0\, e_0\, v_\ell \sin^2[\vartheta_{\mathrm{B}}(t_i)]}{4\pi\, h_{\mathrm{B}}^2} = \frac{\mu_0\, e_0\, v_\ell}{4\pi[(a_{\mathrm{AD}} - v_\ell \cdot t_i)^2 + h_{\mathrm{B}}^2]} = \mu_0\, \varepsilon_0\, E_{\mathrm{B}}(t_i)\, v_\ell = E_{\mathrm{B}}(t_i)\frac{v_\ell}{c^2} \tag{4.1.7}$$

Anmerkung: Im zu B gespiegelten B' (→ ***Bild 2*** a) sind zeitgleich absolut gleiche Feldwerte $\sigma_{\mathrm{B}}(t_i)$ ... $B_{\mathrm{B}}(t_i)$ vorhanden. Für in B auftretende mittlere Feldwerte sind die Zeitbereiche t_1 und t_2 relevant:

$$t_1 = 0 \ldots a_{\mathrm{AD}}/v_\ell \qquad \text{und} \qquad t_2 = a_{\mathrm{AD}}/v_\ell \ldots a_{\mathrm{AE}}/v_\ell \tag{4.1.8) (4.1.9}$$

Allgemein gilt für das arithmetische Mittel AM einer Funktion $f(x)$ zwischen den Grenzen x_1 und x_2:

$$\mathrm{AM} = \frac{1}{x_2 - x_1}\int_{x_1}^{x_2} f(x)\,\mathrm{d}x \qquad [= {}_x\varnothing f(x) \text{ hier gebrauchtes Kürzel}] \tag{4.1.10}$$

Für Zeitbereich t_1 (A ... D) beträgt die über die Zeit gemittelte Flußdichte ${}_t\varnothing B_{\mathrm{B1}}$ mit (4.1.7) gemäß (4.1.10) daher:

$${}_t\varnothing B_{\mathrm{B1}} = \frac{1}{a_{\mathrm{AD}}/v_\ell - 0}\int_0^{a_{\mathrm{AD}}/v_\ell} \frac{\mu_0\, e_0\, v_\ell\, \mathrm{d}t}{4\pi[(a_{\mathrm{AD}} - v_\ell \cdot t_i)^2 + h_{\mathrm{B}}^2]} = \frac{\mu_0\, e_0\, v_\ell^2}{4\pi\, a_{\mathrm{AD}}}\int_0^{a_{\mathrm{AD}}/v_\ell} \frac{\mathrm{d}t}{v_\ell^2 t_i^2 - 2a_{\mathrm{AD}}\, v_\ell\, t_i + a_{\mathrm{AD}}^2 + h_{\mathrm{B}}^2} \tag{4.1.11}$$

Das Integral einer rationalen Funktion

$$\int \frac{\mathrm{d}x}{ax^2 + bx + i} = \frac{2}{\sqrt{4ai - b^2}}\arctan\frac{2ax + b}{\sqrt{4ai - b^2}} \qquad \text{für} \qquad 4ai - b^2 > 0 \tag{4.1.12}$$

mit $\quad a = v_\ell^2 \qquad b = -2a_{\mathrm{AD}}\, v_\ell \qquad i = a_{\mathrm{AD}}^2 + h_{\mathrm{B}}^2$ (4.1.13)

auf (4.1.11) angewandt, vereinfacht und Zeitgrenzen von t_1 nach (4.1.8) beachtet, liefert für B über die Strecke A ... D die mittlere Flußdichte ${}_t\varnothing B_{\mathrm{B1}}$, also vor Passieren von BL:

$${}_t\varnothing B_{\mathrm{B1}} = \frac{\mu_0\, e_0\, v_\ell}{4\pi\, a_{\mathrm{AD}}\, h_{\mathrm{B}}}\arctan\frac{a_{\mathrm{AD}}}{h_{\mathrm{B}}} \tag{4.1.14}$$

Für Zeitbereich t_2 (D ... E) – nach Passieren von BL – gilt entsprechend:

$${}_t\varnothing B_{\mathrm{B2}} = \frac{\mu_0\, e_0\, v_\ell}{4\pi\, a_{\mathrm{DE}}\, h_{\mathrm{B}}}\arctan\frac{a_{\mathrm{DE}}}{h_{\mathrm{B}}} \tag{4.1.15}$$

In B tritt innerhalb der Gesamtdauer $t_{\mathrm{t}} = t_1 + t_2$ somit eine mittlere Flußdichte ${}_t\varnothing B_{\mathrm{B}}$ auf von:

$${}_t\varnothing B_{\mathrm{B}} = \frac{\mu_0\, e_0\, v_\ell}{4\pi\, h_{\mathrm{B}}}\left(\frac{1}{a_{\mathrm{AD}}}\arctan\frac{a_{\mathrm{AD}}}{h_{\mathrm{B}}} + \frac{1}{a_{\mathrm{DE}}}\arctan\frac{a_{\mathrm{DE}}}{h_{\mathrm{B}}}\right) \quad \left(\overset{!}{\neq} \frac{\mu_0\, e_0\, v_\ell}{4\pi\, h_{\mathrm{B}}\, a_{\mathrm{AE}}}\arctan\frac{a_{\mathrm{AE}}}{h_{\mathrm{B}}}\right) \tag{4.1.16}$$

Für die mittlere Flußdichte ${}_t\varnothing B_{\mathrm{B}}$ ist also auch die relative Lage von B, Aufteilung der Strecke a_{AE} maßgebend → (4.1.16).

Sind die Strecken a_{AD} und a_{DE} gleich groß, addieren sich bei konstanter v_ℓ die vor und nach der BL erzeugten Feldwerte zum doppelten Wert einer Strecke:

$${}_t\varnothing B_{\mathrm{B}} = 2\,{}_t\varnothing B_{\mathrm{B1}}\,\big|_{a_{\mathrm{AD}} = a_{\mathrm{DE}};\; v_\ell = \mathrm{const}} \tag{4.1.17}$$

Hat die ffM die Gesamtstrecke $a_{\mathrm{AE}} = a_{\mathrm{AD}} + a_{\mathrm{DE}}$ durchlaufen, beträgt die zeitgemittelte Erregung ${}_t\varnothing H_{\mathrm{B}}$ in B folglich:

$${}_t\varnothing H_{\mathrm{B}} = \frac{e_0\, v_\ell}{4\pi\, h_{\mathrm{B}}}\left(\frac{1}{a_{\mathrm{AD}}}\arctan\frac{a_{\mathrm{AD}}}{h_{\mathrm{B}}} + \frac{1}{a_{\mathrm{DE}}}\arctan\frac{a_{\mathrm{DE}}}{h_{\mathrm{B}}}\right) \tag{4.1.18}$$

Die durch B verlaufende, eine Kreisfläche $A_{\mathrm{B}} = \pi\, h_{\mathrm{B}}^2$ eingrenzende Feldlinie hat die Länge ℓ_{B}:

$$\ell_{\mathrm{B}} = 2\pi\, h_{\mathrm{B}} = 2A_{\mathrm{B}}/h_{\mathrm{B}} \tag{4.1.19}$$

Die mittlere Durchflutung ${}_{\ell}\varnothing\Theta_{\mathrm{B}}$ in B erreicht demzufolge innerhalb der Gesamtdauer $t_{\mathrm{t}} = t_1 + t_2$:

$$ {}_{\ell}\varnothing\Theta_{\mathrm{B}} = {}_{\ell}\varnothing H_{\mathrm{B}} \cdot \ell_{\mathrm{B}} = \frac{e_0\, v_\ell}{2}\left(\frac{1}{a_{\mathrm{AD}}} \arctan\frac{a_{\mathrm{AD}}}{h_{\mathrm{B}}} + \frac{1}{a_{\mathrm{DE}}} \arctan\frac{a_{\mathrm{DE}}}{h_{\mathrm{B}}}\right) \tag{4.1.20} $$

Das eEF äquivalenter rechnerischer Ladung e_0 bewegt sich von A nach E mit Geschwindigkeit v_ℓ entlang einer Strecke $a_{\mathrm{AD}} + a_{\mathrm{DE}}$, also für die Dauer $t_{\mathrm{t}} = (a_{\mathrm{AD}} + a_{\mathrm{DE}})/v_\ell$. Die Feldbewegung während der Dauer t_{t} ist ein elektrischer „Strom" ${}_{\ell}\varnothing I_\ell$:

$$ {}_{\ell}\varnothing I_\ell = \frac{e_0}{t_{\mathrm{t}}} = \frac{e_0\, v_\ell}{a_{\mathrm{AD}} + a_{\mathrm{DE}}} \rightarrow {}_{\ell}\varnothing\Theta_\ell \tag{4.1.21} $$

${}_{\ell}\varnothing I_\ell$ erzeugt während t_{t} um die Bewegungsachse ein konzentrisches Magnetfeld (***Bild 3***) mittlerer Durchflutung ${}_{\ell}\varnothing\Theta_\ell$. Weil das gesamte vom Strom ${}_{\ell}\varnothing I_\ell$ erzeugte Magnetfeld $\vec{B}_\ell$ den Strom vollständig umschließt, sind ${}_{\ell}\varnothing I_\ell$ und ${}_{\ell}\varnothing\Theta_\ell$ betragsgleich. Die mittlere auf Raumpunkt B bezogene Durchflutung ${}_{\ell}\varnothing\Theta_{\mathrm{B}}$ hingegen, als Teil von ${}_{\ell}\varnothing\Theta_\ell$, gilt über die Zeit t_{t} nur in der Kreisfläche mit Radius h_{B}. Die Durchflutungen ${}_{\ell}\varnothing\Theta_{\mathrm{B}}$ und ${}_{\ell}\varnothing\Theta_\ell$ stehen zueinander im Verhältnis:

$$ \frac{{}_{\ell}\varnothing\Theta_{\mathrm{B}}}{{}_{\ell}\varnothing\Theta_\ell} = \frac{a_{\mathrm{AD}} + a_{\mathrm{DE}}}{2}\left(\frac{1}{a_{\mathrm{AD}}} \arctan\frac{a_{\mathrm{AD}}}{h_{\mathrm{B}}} + \frac{1}{a_{\mathrm{DE}}} \arctan\frac{a_{\mathrm{DE}}}{h_{\mathrm{B}}}\right) < 1 \tag{4.1.22} $$

Zur Herleitung der Zyklotron-Frequenz ω_{ce} [→ (3.8) oder (4.2.6)] sind folgende Zusammenhänge wesentlich:
Ein mit der ffM wandernder Punkt Q (→ ***Bilder 2*** a und ***3***) hält konstanten Abstand r_{Q} zur **ffM**: Flächenfelddichte $\sigma_{\mathrm{Q}}(r_{\mathrm{Q}})$ ist nicht zeitabhängig. Für Q ergeben sich gemäß (4.1.5), (4.1.6), (4.1.7), (4.1.14) und (4.1.20) die Werte:

$$ \sigma_{\mathrm{Q}}(r_{\mathrm{Q}}) = \frac{e_0}{4\pi r_{\mathrm{Q}}^2} = \varepsilon_0 \cdot E_{\mathrm{Q}}(r_{\mathrm{Q}}) \qquad H_{\mathrm{Q}}(r_{\mathrm{Q}}) = \sigma_{\mathrm{Q}}(r_{\mathrm{Q}}) \cdot v_\ell = \frac{e_0\, v_\ell}{4\pi r_{\mathrm{Q}}^2} = \varepsilon_0 E_{\mathrm{Q}}(r_{\mathrm{Q}}) \cdot v_\ell \tag{4.1.23) (4.1.24} $$

$$ B_{\mathrm{Q}}(r_{\mathrm{Q}}) = \mu_0 \cdot H_{\mathrm{Q}}(r_{\mathrm{Q}}) = \frac{\mu_0\, e_0\, v_\ell}{4\pi r_{\mathrm{Q}}^2} = \mu_0 \varepsilon_0 E_{\mathrm{Q}}(r_{\mathrm{Q}}) \cdot v_\ell = E_{\mathrm{Q}}(r_{\mathrm{Q}}) \frac{v_\ell}{c^2} \tag{4.1.25} $$

Das Zentrum des eEF bildet ein (elektro-)feldfreier Kugelraum ffM mit Radius r_{e}. Ab dort bis ins Unendliche erstreckt sich radial das Feld, dessen Werte z B nach (4.1.23) ... (4.1.25) quadratisch mit der Entfernung abnehmen, im Unendlichen somit gegen null gehen. Folglich ist auch deren Mittelwert über die Gesamtdistanz null.
Für einen auf $r_{\mathrm{Q}} = r_{\mathrm{e}} \ldots r_{\mathrm{ce}}$ eingeschränkten Bereich gilt jedoch:

$$ {}_{r}\varnothing B_{\mathrm{Q}} = \frac{1}{r_{\mathrm{ce}} - r_{\mathrm{e}}} \int_{r_{\mathrm{e}}}^{r_{\mathrm{ce}}} \frac{\mu_0\, e_0\, v_\ell}{4\pi r_{\mathrm{Q}}^2}\, \mathrm{d}r_{\mathrm{Q}} = \frac{-\mu_0\, e_0\, v_\ell}{4\pi(r_{\mathrm{ce}} - r_{\mathrm{e}})} \cdot \frac{1}{r_{\mathrm{Q}}}\Bigg|_{r_{\mathrm{e}}}^{r_{\mathrm{ce}}} = \frac{\mu_0\, e_0}{4\pi r_{\mathrm{e}}} \cdot \frac{v_\ell}{r_{\mathrm{ce}}} \tag{4.1.26} $$

Aus der Linearbewegung mit v_ℓ resultiert kein magnetisches Moment, da der „Strom" keine Fläche umschließt.

4.2. Ein in ein homogenes Magnetfeld eintauchendes linear bewegtes elementares Elektrofeld <u>ohne</u> Eigenbewegung

Ein in ein homogenes Magnetfeld „abgesetztes", ruhend eingebrachtes kugelsymmetrisches ideelles Elektrofeld hat keine Veranlassung, sich etwa in Bewegung zu setzen: Ein theoretisch ruhendes E-Feld erzeugt kein M-Feld, das mit dem umgebenden M-Feld wechselwirken würde.

Gelangt jedoch ein bewegtes E-Feld in ein homogenes Magnetfeld der Flußdichte $\vec{B}$, nehmen das vom E-Feld erzeugte M-Feld und das, in das eingedrungen wurde, aufeinander Einfluß. ***Bild 4*** zeigt ein auf den Betrachter zukommendes E-Feld in einem homogenen M-Feld. Die Feldlinien des homogenen Feldes verlaufen im Bild von unten nach oben, oben befindet sich also der Magnet-Nordpol. Die Feldlinien des vom E-Feld induzierten M-Felds führen konzentrisch um die ffM. Sie verlaufen damit rechts im Bild entgegengesetzt zu den Umfeldlinien, schwächen es dort folglich. Links hingegen wird das Umfeld gestärkt. Aus dem Ausgleichsbestreben resultiert wie bekannt eine Kraft F_{L} (*Lorentz*-Kraft), die das eingebrachte E-Feld nach rechts drängt, es damit vom Geradeausflug abbringt und sich auf einer Kreisbahn mit der Zyklotron-Frequenz ω_{ce} gemäß (3.8) bewegen läßt. Der dabei eingenommene Radius r_{ce} stellt sich so ein, daß die über den Radius gemittelten Flußdichten des homogenen M-Felds und des vom E-Feld erzeugten konträrer Richtung übereinstimmen. Dann ist die wegen der Kreisbewegung auf das E-Feld wirkende Zentrifugalkraft F_{Z} durch die *Lorentz*-Kraft F_{L} kompensiert. Mittlere Flußdichte des homogenen Felds ist seine Flußdichte. Das vom E-Feld erzeugte M-Feld hat die mittlere Flußdichte ${}_{r}\varnothing B_{\mathrm{Q}}$ gemäß (4.1.26):

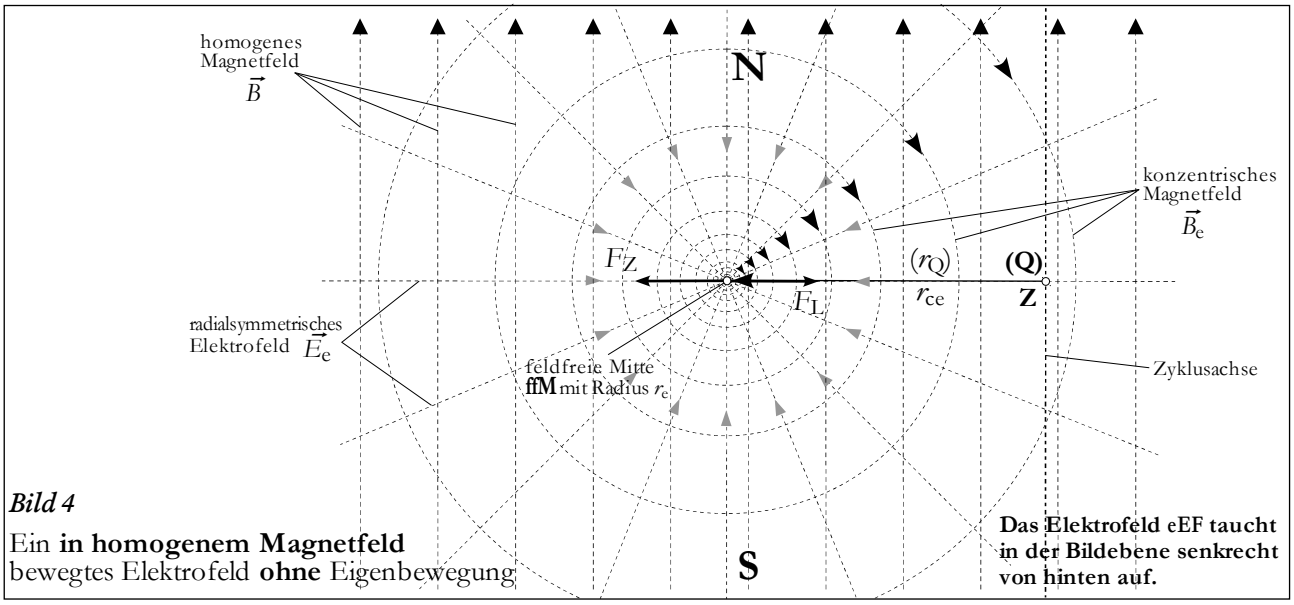


Bild 4
Ein **in homogenem Magnetfeld** bewegtes Elektrofeld **ohne** Eigenbewegung

$$|\vec{B}| \triangleq {}_{\ell}\varnothing B_Q = |\vec{B}| \frac{\mu_0 e_0}{4\pi r_e} \cdot \frac{v_\ell}{r_{ce}} \tag{4.2.1}$$

Die ffM des E-Felds zieht also eine Kreisbahn mit Zyklotron-Radius r_{ce} [s a (3.6)]:

$$r_{ce} = \frac{\mu_0 e_0}{4\pi r_e} \cdot \frac{v_\ell}{|\vec{B}|} \tag{4.2.2}$$

der folglich mit der Eindringgeschwindigkeit v_ℓ sowie der Flußdichte $\vec{B}$ des homogenen Magnetfelds variiert. Das mit der Geschwindigkeit v_ℓ auf Radius r_{ce} umlaufende E-Feld ist ein Ringstrom I_{ce}

$$I_{ce} = e_0 f_{ce} = \frac{e_0 \omega_{ce}}{2\pi} = \frac{e_0 v_\ell}{2\pi r_{ce}} = \frac{2r_e}{\mu_0}|\vec{B}| = {}_{\ell}\varnothing\Theta_{ce} = 4{,}484\,891\,317 \cdot 10^{-9}\ \mathrm{m^2 \cdot A/(V \cdot s)} \cdot |\vec{B}| \tag{4.2.3}$$

Dieser Strom umschließt die Fläche A_{ce}:

$$A_{ce} = \pi r_{ce}^2 \tag{4.2.4}$$

Somit beträgt das magnetische Moment μ_{ce} (auch m_{e0} eingesetzt) und mit (3.3) sowie (3.7) verglichen:

$$\mu_{ce} = {}_{\ell}\varnothing\Theta_{ce} A_{ce} = e_0 f_{ce} \pi r_{ce}^2 = \frac{2\pi r_e r_{ce}^2 |\vec{B}|}{\mu_0} = \frac{\mu_0 e_0^2 v_\ell^2}{8\pi r_e |\vec{B}|} = \frac{m_{e0}}{2} \cdot \frac{v_\ell^2}{|\vec{B}|} = \tfrac{1}{2} e_0 r_{ce}^2 \omega_{ce} = \frac{e_0 r_{ce}^2 |\vec{B}|}{2m_{e0}} \tag{4.2.5}$$

Für die Zyklotron-Kreisfrequenz ω_{ce} findet sich damit, wie in (3.8):

$$\omega_{ce} = \frac{v_\ell}{r_{ce}} = \frac{4\pi r_e |\vec{B}|}{\mu_0 e_0} = -1{,}758\,820\,0236 \cdot 10^{11}\ \mathrm{m^2/(V \cdot s)} \cdot |\vec{B}| \tag{4.2.6}$$

Dies zeigt, daß die Zyklotron-Kreisfrequenz ω_{ce} außer von Naturkonstanten nur von $\vec{B}$ abhängt. Wird ω_{ce} daher über $\vec{B}$ vorgegeben, legt Eindringgeschwindigkeit v_ℓ anschließend Radius r_{ce} fest [→ (4.2.2)].

4.3. Ein in feldfreiem Raum linear bewegtes elementares Elektrofeld <u>mit</u> Eigenbewegung (Elektron)

Bild 6 zeigt das in [2] vorgestellte Elektron-Modell, also ein eigenbewegtes elementares Elektrofeld (eEF). Die Energie eines in sich ruhenden E-Felds ist im Raum kugelsymmetrisch verteilt. Zeitgemittelt gilt dies auch für die Energie des eEF. Das eEF erzeugt durch seine Eigenbewegung vom Feldlinienverlauf her zeitgemittelt ein ausgeprägtes wulstförmiges magnetisches Dipolfeld $\vec{B}_e$. Dessen Feldlinien führen im Raum exzentrisch um den Elektronkreis. Elektro- und Magnetfeld sind auf Systemmitte **Z** bezogen in ihrem Feldverlauf (Einflußrichtungen und Energiedichten)

drehsymmetrisch. Jedes der beiden Felder wirkt daher in jede Richtung aus Systemmitte **Z** heraus diametral. In einem (theoretisch) homogenen (E- oder M-)Fremdfeld tritt keine Kraft auf, die das ruhende System etwa einseitig beeinflussen würde.

Ein Magnetfeld resultiert daraus, daß sich ein Elektrofeld bewegt. Die in einem Raumpunkt entstehende momentane Flußdichte B ist der momentanen E-Feld-Geschwindigkeit v und der momentan im Raumpunkt vorhandenen Flächenfelddichte σ proportional. Da sich eEF mit $v_e = c = \text{const}$ ↓[21] bewegen, ist ihre Elektron-Ruheenergie W_0 in jedem Raumpunkt auf Magnet- und Elektrofeld stets im Verhältnis 1 : 1 verteilt, egal, wohin und wie sich ein eEF bewegt – ob linear, im Kreis, windend, diskontinuierlich oder harmonisch: $W_{e0} = W_{em} = ½W_0$. [28]

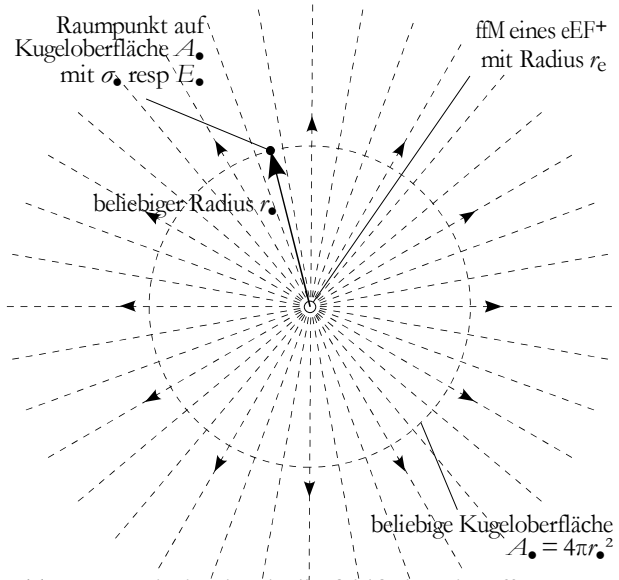


Bild 5 Querschnitt durch die feldfreie Mitte ffM eines **elementaren Elektrofelds** eEF+

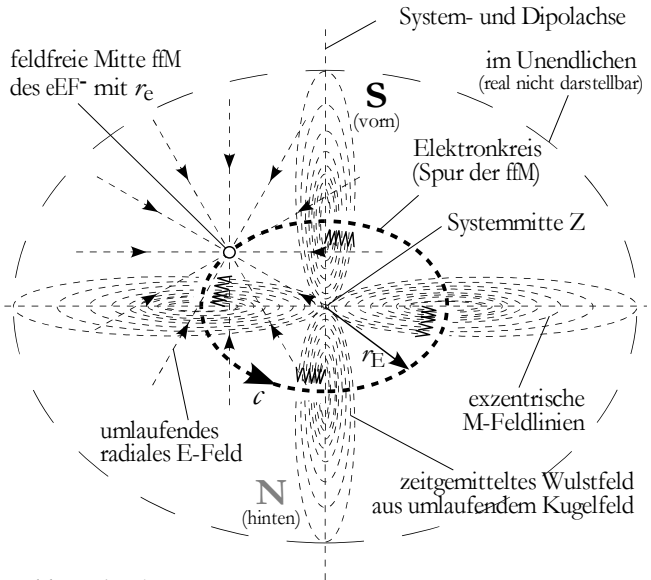


Bild 6 Mit c bewegtes eEF⁻: Schematische Felddarstellungen eines Elektrons **e⁻** mit zeitgemittelten M-Feldlinien

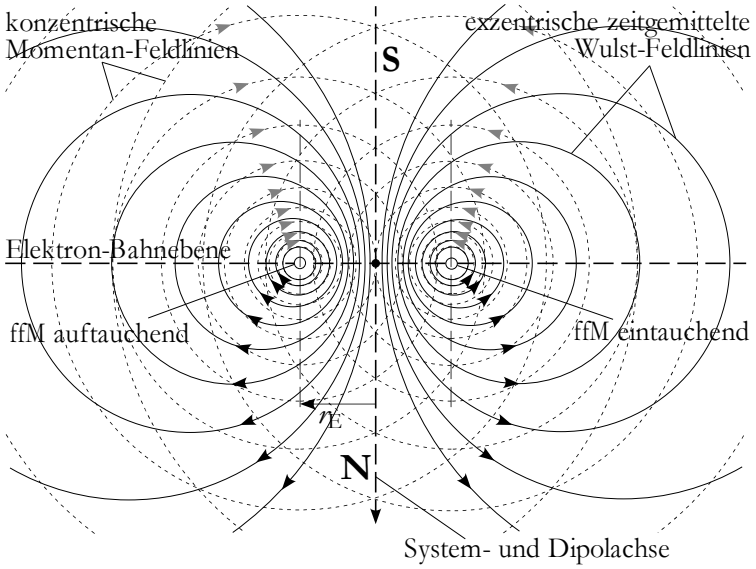


Bild 7 Schnitt entlang der Dipolachse eines Elementarsystem-Magnetfelds
(Darstellung momentaner und zeitgemittelter Feldverläufe)

Bild 7 stellt dar, wie sich das Gesamtfeld zweier konzentrischer Felder als Wulst mit exzentrischen Feldlinien ergibt. Letztere werden zeichnerisch so gefunden, daß ihr jeweiliger Kreis durch die Schnittpunkte der konzentrischen Feldlinien verläuft. Zur Erinnerung: Feldlinien zeigen die Wirkrichtung von Feldgrößen in Punkten an. Sie sind keineswegs Linien, die etwa Punkte gleicher Felddichte σ, Feldstärke E, Erregung H, Fluß- (B) oder Energiedichte (ϱ) verbinden. ***Bild 8*** zeigt für einen beliebigen Raumpunkt **L** in einer Schnittfläche lotrecht zur Elektron-Bahnebene und in Draufsicht zugehörige Abstände und Winkel – bezogen auf Elektronkreis-Tangentenpunkt **1** sowie Systemmitte **Z**. Während eines Umlaufs der ffM treten zu **L** die Extremabstände d_1 und d_2 auf (→ ***Bild 8*** a) und mit ihnen in **L** die höchsten resp niedrigsten Flußdichtewerte. Es interessiert die in **L** über die Zeit gemittelte Flußdichte ${}_t^{\varnothing}B_L$. Für Berechnungen seien die Beträge von r_E und r_L sowie der von diesen eingeschlossene Winkel ζ gegeben.

[21] $c = 2\pi r_E\, W_0/h$ [27] $= 2\pi r_E f_e$ [9]

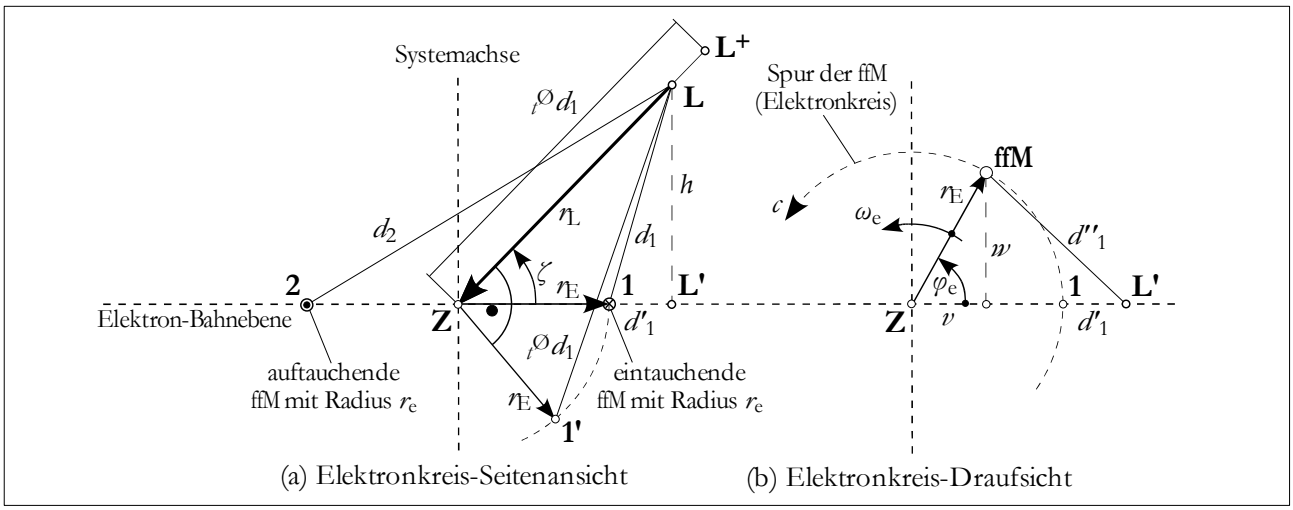


Bild 8 Zur Abschätzung zeitgemittelter Strecken im Wulstfeld eines **ortsfesten Elektrons**

Aus Pos **1** (→ ***Bild 8*** b) heraus ändert sich der Aufenthaltsort der ffM über die Zeit mit Winkel φ_e. Für diesen gilt:

$$\omega_e(t) = \frac{d\varphi_e(t)}{dt} = \text{const} \qquad \circlearrowright \qquad \varphi_e(t) = \omega_e t = \frac{c\,t}{r_E} \tag{4.3.1}$$

Aus ***Bild 7*** sind folgende Beziehungen ersichtlich:

$$v(\varphi_e) = r_E \cos\varphi_e \quad w(\varphi_e) = r_E \sin\varphi_e \quad h'(\zeta) = r_L \sin\zeta \quad d'_1(\zeta) = r_L \cos\zeta - r_E$$

$$[d''_1(\varphi_e;\zeta)]^2 = [r_E - v(\varphi_e) + d'_1(\zeta)]^2 + [w(\varphi_e)]^2 = (r_L \cos\zeta - r_E \cos\varphi_e)^2 + r_E^2 \sin^2\varphi_e \tag{4.3.2}$$

$$[d_1(\varphi_e;\zeta)]^2 = [h'(\zeta)]^2 + [d''_1(\varphi_e;\zeta)]^2 = r_L^2 + r_E^2 - 2 r_L r_E \cos\zeta \cos\varphi_e$$

Das über φ_e (über die Zeit) gemittelte Quadrat des Abstands $d_1(\varphi_e;\zeta)$ (ffM bis **L**) eines ffM-Umlaufs beträgt somit:

$$[{}_t^{\varnothing}d_1(\zeta)]^2 = r_L^2 + r_E^2 - 2 r_L r_E \cos\zeta \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} \cos\varphi_e \, d\varphi_e = r_L^2 + r_E^2 - 2 r_L r_E \cos\zeta \frac{1}{2\pi} \sin\varphi_e \Big|_{-\pi}^{\pi} = r_L^2 + r_E^2 \tag{4.3.3}$$

In (4.3.3) heben konjugierte $\sin\varphi_e$-Werte einander auf. So entfällt selbst die Abhängigkeit von ζ – also gilt ${}_t^{\varnothing}d_1(\zeta) = {}_t^{\varnothing}d_1$! Der rechnerische, effektive Abstand ${}_t^{\varnothing}d_1$ verlängert damit r_L zu $\sqrt{r_L^2 + r_E^2} - r_L$ und verschiebt **L** theoretisch nach **L**$^+$.

Mit (4.3.3) ist in **L** zeitgemittelt eine Flächenfelddichte ${}_t^{\varnothing}\sigma_L$ vorhanden von:

$${}_t^{\varnothing}\sigma_L = \frac{e_0}{4\pi\, {}_t^{\varnothing}d_1^2} = \frac{e_0}{4\pi(r_L^2 + r_E^2)} \tag{4.3.4}$$

Auch im Modell nach [2] ist das Elementarsystem (Elektron) somit trotz seiner ffM-Bewegung (zeitgemittelt) kugelsymmetrisch. Die mittlere Flächenfelddichte ist allerdings nicht allein vom Quadrat des Abstands r_L abhängig. Da sich die ffM mit Feldgeschwindigkeit c auf Radius r_E bewegt, herrscht in **L** die mittlere Flußdichte ${}_t^{\varnothing}B_L$:

$${}_t^{\varnothing}B_L = \mu_0 \cdot {}_t^{\varnothing}\sigma_L \cdot c = \frac{\mu_0\, e_0\, c}{4\pi(r_L^2 + r_E^2)} \tag{4.3.5}$$

Die mittlere Flußdichte ${}_{t,r}^{\varnothing}B_L$ auf der feldgefüllten Strecke ffM+r_e bis **L**, also für den Abstand $r_e \ldots {}_t^{\varnothing}d_1$, beträgt daher:

$${}_{t,r}^{\varnothing}B_L = \frac{\mu_0\, e_0\, c}{4\pi} \cdot \frac{1}{{}_t^{\varnothing}d_1 - r_e} \int_{r_e}^{{}_t^{\varnothing}d_1} \frac{d\,{}_t^{\varnothing}d_1}{{}_t^{\varnothing}d_1^2} = \frac{\mu_0\, e_0\, c}{4\pi({}_t^{\varnothing}d_1 - r_e)} \cdot \frac{-1}{{}_t^{\varnothing}d_1}\Bigg|_{r_e}^{{}_t^{\varnothing}d_1} = \frac{\mu_0\, e_0\, c}{4\pi\, r_e \sqrt{r_L^2 + r_E^2}} \tag{4.3.6}$$

und ist damit im Betrag unabhängig vom Winkel ζ – ergo ist diese Flußdichte kugelsymmetrisch vorhanden.

● Welche Verhältnisse treten bei linear bewegtem Elementarsystem (Elektron) ein?

Wirkt auf ein Elementarsystem (Elektron) kurzzeitig einseitig eine Kraft $F_\ell = m \cdot a_\ell$, wird es für die Dauer t der Krafteinwirkung in Richtung der Kraft mit a_ℓ beschleunigt und bewegt sich anschließend linear mit konstanter Geschwindigkeit $v_\ell = a_\ell \cdot t$. ***Bild 9*** zeigt die Verhältnisse für einen beliebigen Raumpunkt **L**.
Wegen des hier relevanten Problems ist v_ℓ eigens in die Elektron-Bahnebene gelegt und lotrecht zu r_L gewählt.

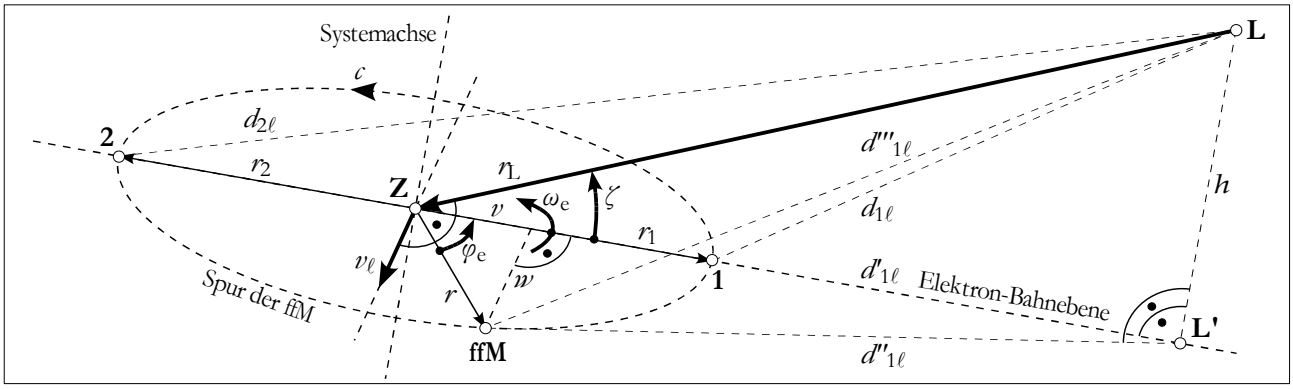


Bild 9 Komponenten der Elektron-Bewegung bezogen auf einen beliebigen Raumpunkt **L** infolge zweier Geschwindigkeiten (c und v_ℓ) (von „schräg oben" gesehen, keineswegs maßstabgerecht)

Für Berechnungen seien gegeben die Beträge von c, v_ℓ, ω_e und r_L sowie der von r_L und r_1 eingeschlossene Winkel ζ. Die ffM ist konstant c-bewegt. ***Bild 10*** verdeutlicht die Geschwindigkeits-Komponenten in der Elektron-Bahnebene:

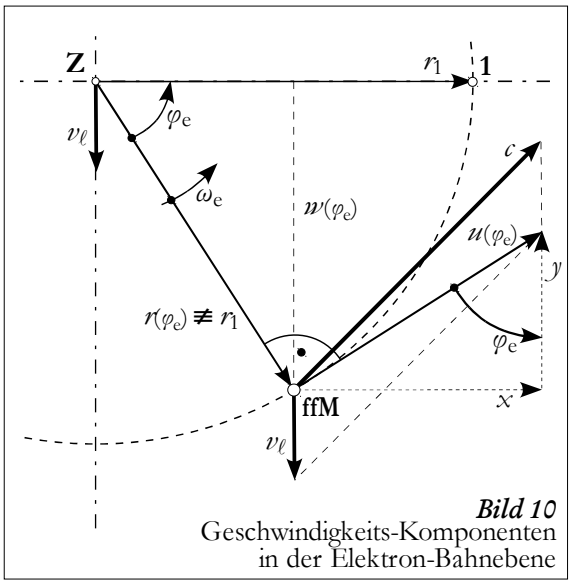


Bild 10
Geschwindigkeits-Komponenten in der Elektron-Bahnebene

$$c^2 = (y + v_\ell)^2 + x^2 = [u(\varphi_e)\cos\varphi_e + v_\ell]^2 + [u(\varphi_e)]^2 \sin^2\varphi_e$$
$$= [u(\varphi_e)]^2 + 2u(\varphi_e)\, v_\ell \cos\varphi_e + v_\ell^2 \qquad (4.3.7)$$

Hieraus erhält man für $u(\varphi_e)$:

$$u(\varphi_e) = \sqrt{c^2 - v_\ell^2 \sin^2\varphi_e} - v_\ell \cos\varphi_e \qquad (4.3.8)$$

Da $c = r_E\, \omega_e$ und $u(\varphi_e) = r(\varphi_e)\, \omega_e$, liefert dies für $r(\varphi_e)$:

$$r(\varphi_e) = \frac{r_E(\sqrt{c^2 - v_\ell^2 \sin^2\varphi_e} - v_\ell \cos\varphi_e)}{c} \qquad (4.3.9)$$

In **1** ist $\varphi_e = 0$ und in **2** ist $\varphi_e = \pi$. Daher gilt für r_1 bzw r_2:

$$r_1 = r_E\left(1 - \frac{v_\ell}{c}\right) \qquad r_2 = r_E\left(1 + \frac{v_\ell}{c}\right) \qquad (4.3.10)\ (4.3.11)$$

$$r_1 + r_2 = 2r_E = 2\,{}_t^{\varnothing}r \quad \circlearrowleft \quad {}_t^{\varnothing}r = r_E \qquad (4.3.12)$$

Ferner interessieren die Beziehungen für $v(\varphi_e)$, $w(\varphi_e)$ und h analog (4.3.2).

Damit werden mit Blick auf ***Bild 9*** gefunden:

$$d'_{1\ell}(\zeta) = r_L \cos\zeta - r_1 \qquad (4.3.13)$$

$$[d''_{1\ell}(\zeta;\varphi_e)]^2 = [r_1 - v(\varphi_e) + d'_{1\ell}(\zeta)]^2 + [w(\varphi_e)]^2 = [r_L \cos\zeta\, r_1 - r(\varphi_e)\cos\varphi_e]^2 + [r(\varphi_e)\sin\varphi_e]^2 \qquad (4.3.14)$$

$$[d'''_{1\ell}(\zeta;\varphi_e)]^2 = [d''_{1\ell}(\zeta)]^2 + h^2 = [r(\varphi_e)]^2 + r_L^2\cos^2\zeta - 2r_L\, r(\varphi_e)\cos\zeta\cos\varphi_e \qquad (4.3.15)$$

$$[{}_t^{\varnothing}d'''_{1\ell}(\zeta)]^2 = {}_t^{\varnothing}r^2 + r_L^2\cos^2\zeta - 2r_L\,{}_t^{\varnothing}r\cos\zeta \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}\cos\varphi_e\, d\varphi_e = r_E^2 + r_L^2\cos^2\zeta \qquad (4.3.16)$$

Der über die Zeit (über φ_e) gemittelte Abstand der ffM zwischen **1** und **L** beträgt also:

$${}_t^{\varnothing}d'''_{1\ell}(\zeta) = \sqrt{r_E^2 + r_L^2\cos^2\zeta} \qquad (4.3.17)$$

Die Doppelbewegung der ffM (mit c sowie v_ℓ) hat zur Folge, daß der effektive Abstand ${}_t^{\varnothing}d'''_{1\ell}(\zeta)$ (bei $\zeta \neq 0$) gegenüber dem Abstand ohne v_ℓ-Bewegung ${}_t^{\varnothing}d_1(\zeta)$ [→ (4.3.3)] verkürzt ist.

In **L** tritt auf Grund der v_ℓ-Bewegung im <u>zeitlichen</u> Mittel gemäß (4.3.17) eine Flußdichte ${}_t^{\varnothing}B_{\mathrm{L}\ell}$ auf von:

$$ {}_t^{\varnothing}B_{\mathrm{L}\ell} = \frac{\mu_0\, e_0\, v_\ell}{4\pi[{}_t^{\varnothing}d'''_{1\ell}(\zeta)]^2} = \frac{\mu_0\, e_0\, v_\ell}{4\pi(r_{\mathrm{E}}^2 + r_{\mathrm{L}}^2 \cos^2\zeta)} \tag{4.3.18} $$

Für den Bereich von ffM bis **L**, für den Abstand $r_{\mathrm{e}} \ldots {}_t^{\varnothing}d'''_{1\ell}(\zeta)$ beträgt die mittlere Flußdichte ${}_{t;r}^{\varnothing}B_{\mathrm{L}\ell}$ demgegenüber:

$$ \begin{aligned} {}_{t;r}^{\varnothing}B_{\mathrm{L}\ell} &= \frac{\mu_0\, e_0\, v_\ell}{4\pi} \cdot \frac{1}{{}_t^{\varnothing}d'''_{1\ell}(\zeta) - r_{\mathrm{e}}} \int_{r_{\mathrm{e}}}^{{}_t^{\varnothing}d'''_{1\ell}} \frac{\mathrm{d}\, {}_t^{\varnothing}d'''_{1\ell}(\zeta)}{[{}_t^{\varnothing}d'''_{1\ell}(\zeta)]^2} = -\frac{\mu_0\, e_0\, v_\ell}{4\pi[{}_t^{\varnothing}d'''_{1\ell}(\zeta) - r_{\mathrm{e}}]} \cdot \frac{1}{{}_t^{\varnothing}d'''_{1\ell}(\zeta)} \Bigg|_{r_{\mathrm{e}}}^{{}_t^{\varnothing}d'''_{1\ell}} \\ &= \frac{\mu_0\, e_0\, v_\ell}{4\pi\, r_{\mathrm{e}}\, {}_t^{\varnothing}d'''_{1\ell}(\zeta)} = \frac{\mu_0\, e_0\, v_\ell}{4\pi\, r_{\mathrm{e}} \sqrt{r_{\mathrm{E}}^2 + r_{\mathrm{L}}^2 \cos^2\zeta}} \end{aligned} \tag{4.3.19} $$

4.4. Ein in ein homogenes Magnetfeld eintauchendes linear bewegtes elementares Elektrofeld <u>mit</u> Eigenbewegung (Elektron)

In einem homogenen Magnetfeld richtet sich das Magnetfeld des äußerlich ruhenden Elementarsystems (und damit das ganze System, seine Drehachse, sein „Spin") wegen Symmetrie nach dem Verlauf des Fremdfelds aus – Richtung von Systemachse und Fremdfeldlinien kongruieren. Alle punktuellen Unterschiede in den Flußdichten zw homogenem Magnetfeld und dem des eigenbewegten Elementarfelds finden in jeweils diametralen Raumpunkten um Systemmitte **Z** ihren konträren Widerpart. Bei also bestehendem Kräftegleichgewicht ruht das System in seiner Lage.

Wird dieses System indes so mit ursächlich linearer v_ℓ in ein homogenes Magnetfeld gebracht, daß sich dessen Feldlinienrichtung mit der Dipolachsrichtung deckt, bestehen in Flugrichtung gesehen zwischen rechts und links unausgeglichene Magnetflußdichten – die *Lorentz*-Kraft greift. Diese bewirkt bekanntlich, daß das Elementarsystem (Elektron) mit *Larmor*-Kreisfrequenz ω_{Le} auf einem Kreis umläuft. Über den sich dabei einstellenden Radius r_{Le} ist die gemittelte Elektron-Flußdichte konträr gleich mit der des homogenen Magnetfelds. Sie entspricht der nach (4.3.19). Auf der Innenradiusstrecke *Larmor*-Kreis bis *Larmor*-Achse kompensieren sich die Flußdichten, die Kräfte heben sich auf. Außerhalb von Radius r_{Le} verdichtet sich der Fluß – das kreisende System wird zur Kreismitte gedrängt. Davor bewahrt das Umrunden mit Geschwindigkeit v_ℓ auf r_{Le}, also mit ω_{Le} (→ ***Bild 11***).

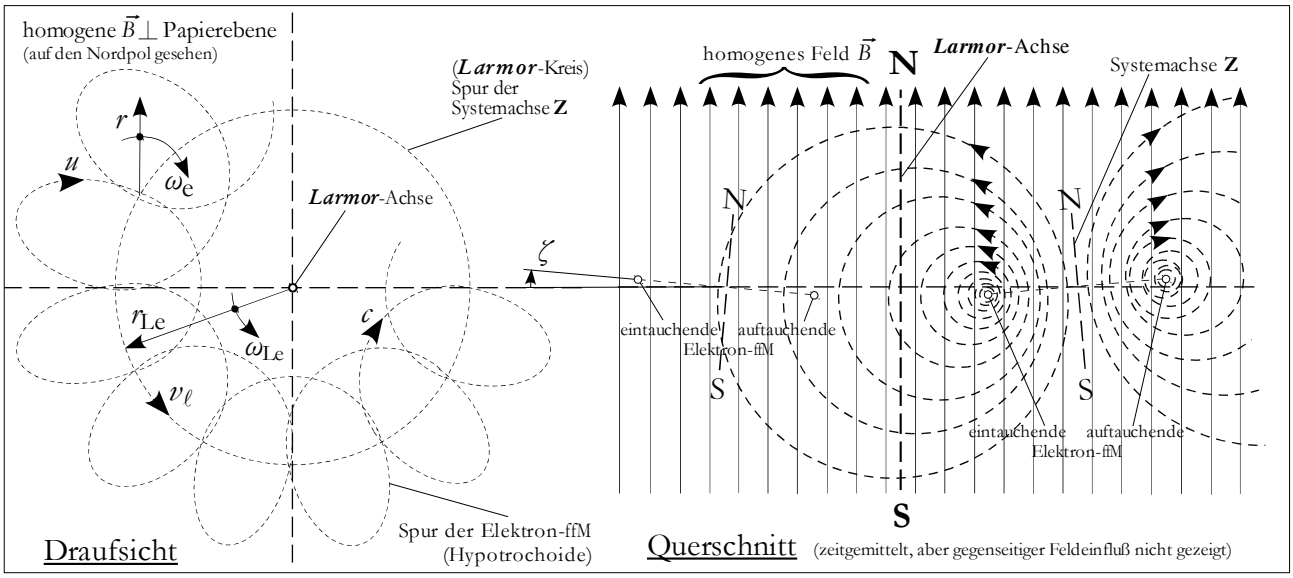


Bild 11 Schematische Darstellung der Elektro-Zyklen im homogenen Magnetfeld

Das mit ω_{Le} umlaufende Elektrofeld stellt einen Kreisstrom I_{Le} dar:

$$ I_{\mathrm{Le}} = e_0 \cdot \omega_{\mathrm{Le}}/2\pi = e_0 \cdot f_{\mathrm{Le}} = {}_t^{\varnothing}\Theta_{\mathrm{Le}} \tag{4.4.1} $$

der mit Radius r_{Le} eine Fläche A_{Le} umfährt:

$$ A_{\mathrm{Le}} = \pi r_{\mathrm{Le}}^2 \tag{4.4.2} $$

und daher ein magnetisches *Larmor*-Moment μ_{Le} erzeugt [mit $r_{\mathrm{Le}} = {}_t^{\varnothing}d'''_{1\ell}(\zeta)$]:

$$ \mu_{\mathrm{Le}} = I_{\mathrm{Le}} A_{\mathrm{Le}} = \tfrac{1}{2} e_0\, \omega_{\mathrm{Le}}\, r_{\mathrm{Le}}^2 = \tfrac{1}{2} e_0\, r_{\mathrm{Le}}\, v_\ell = \tfrac{1}{2} e_0 \sqrt{r_{\mathrm{E}}^2 + r_{\mathrm{L}}^2 \cos^2\zeta}\, v_\ell \tag{4.4.3} $$

Larmor-Kreisfrequenz ω_{Le} berechnet sich zu:

$$\omega_{\mathrm{Le}} = \frac{v_\ell}{r_{\mathrm{Le}}} = \frac{v_\ell}{{}_{t}^{\varnothing}d'''_{1\ell}(\zeta)} = \frac{v_\ell}{\sqrt{r_{\mathrm{E}}^2 + r_{\mathrm{L}}^2 \cos^2\zeta}} \tag{4.4.4}$$

5. Der Vergleich

Der Verfasser ist mit Experimentalphysik nicht so vertraut, daß er genauere Überlegungen zum g–2-Experiment und dessen Auswertung kennen könnte. Daher müssen hier darüber teils Vermutungen angestellt werden: Messungen zeigen, daß sich eine „Ladung mit Spin" in einem homogenen Magnetfeld $\vec{B}$ bei einer eingebrachten Geschwindigkeit v_ℓ mit einer *Larmor*-Frequenz ω_{L} bewegt. Das Kreisen wird daher auf einem Radius r_{L} erfolgen. Berechnungen ergeben, daß sich eine Ladung ohne „Spin" (gibt es eine solche?) unter gleichen Bedingungen mit Zyklotron-Kreisfrequenz ω_{c} auf Radius r_{c} umliefe. Meß- und Rechenergebnisse weichen aber voneinander ab. Der Quotient beider Frequenzen sollte nach allgemeinem Verständnis gemäß Lehrmeinung 1 sein. Da diese Hoffnung nicht erfüllt wird, spricht man von der **Anomalie** magnetischer Momente. Was ist an der Erwartung falsch?

- Eine „Ladung Q **ohne** Spin", linear v_ℓ-bewegt, hat über einen Radius r_{ce} eine mittlere Flußdichte ${}_{r}^{\varnothing}B_{\mathrm{Q}}$ [→ (4.2.1)]:

$$|\vec{B}| \triangleq {}_{r}^{\varnothing}B_{\mathrm{Q}} = \frac{\mu_0 Q}{4\pi r_{\mathrm{e}}} \cdot \frac{v_\ell}{r_{\mathrm{ce}}} \triangleq \frac{\mu_0 Q}{4\pi r_{\mathrm{e}}} \cdot \frac{v_\ell}{r_{\mathrm{L}}} \tag{4.2.1}$$

In einem homogenen Magnetfeld mit Flußdichte $|\vec{B}|$ wird die mit v_ℓ eindringende Ladung wegen auftretender *Lorentz*-Kraft in eine Kreisbewegung gezwungen. Der dabei eingenommene Radius, beim Elektron r_{ce} oder r_{L}, stellt sich so ein, daß die über ihn gemittelte Flußdichte ${}_{r}^{\varnothing}B_{\mathrm{Q}}$ der $|\vec{B}|$ des homogenen Magnetfelds entspricht. Es heißt, die Ladung Q bewegte sich mit Zyklotron-Frequenz ω_{c}, bei einem Elektron (e_0) mit ω_{ce}.

→ Die Bewegung erfolgt allein in der Zyklotron-Ebene.

- Eine „Ladung e_0 mit Spin" (hier intrinsisch bewegtes Elektronfeld), linear v_ℓ-bewegt, hat über einen Radius r_{L} eine gemittelte Flußdichte ${}_{t;r}^{\varnothing}B_{\mathrm{L}\ell}$ [→ (4.3.19)]:

$$|\vec{B}| \triangleq {}_{t;r}^{\varnothing}B_{\mathrm{L}\ell} = \frac{\mu_0\, e_0\, v_\ell}{4\pi r_{\mathrm{e}} \sqrt{r_{\mathrm{E}}^2 + r_{\mathrm{L}}^2 \cos^2\zeta}} \tag{4.3.19}$$

Im homogenen Magnetfeld mit Flußdichte $|\vec{B}|$ wird das mit v_ℓ eindringende Elektron wegen der *Lorentz*-Kraft in eine Kreisbewegung mit Radius $\sqrt{r_{\mathrm{E}}^2 + r_{\mathrm{L}}^2 \cos^2\zeta}$ gezwungen. Dieser stellt sich so ein, daß die über ihn gemittelte Flußdichte ${}_{t;r}^{\varnothing}B_{\mathrm{L}\ell}$ der $|\vec{B}|$ des homogenen Magnetfelds entspricht. Nun heißt es, das Elektron bewegte sich mit *Larmor*-Frequenz ω_{Le} (Spin-Präzessionsfrequenz).

→ Die Bewegung erfolgt in *Larmor*-Ebene und in gegenüber dieser geneigter Elektron-Bahnebene.

Im Ausdruck **Spin**-Präzessionsfrequenz liegt jedoch eine Fehldeutung: Das Elektron hat keinen Eigendrehimpuls, keinen Spin. Es kreiselt nicht, dreht nicht am Platz – sondern es kreist, läuft intrinsisch auf einer Kreisbahn [2]. Physikalisch und fürs Verständnis ist das ein großer Unterschied, mathematisch liefert es für einiges gleiche Ergebnisse.

Ergäben sich bei „Ladung ohne oder mit Spin" gleiche Radien, wären die Frequenzen ω_{ce} und ω_{Le} gleich. Die Frequenzen sind jedoch zwangsläufig verschieden, da sich die über den jeweiligen Radius gemittelten Flußdichten auf gleiche Werte einstellen müssen – immer $|\vec{B}|$. Weil nun beim Elektron die mittlere Flußdichte über den Radius kleiner ausfällt, muß sich bei ihm ein kleinerer Radius als bei einer „Ladung ohne Spin" einstellen. Der Quotient (Vergleich) beider Radien ist genau das, was den halben gyromagnetischen oder *Landé*-Faktor ausmacht:

$$\tfrac{1}{2} g_{\mathrm{e}}(\zeta) = \frac{r_{\mathrm{L}}}{\sqrt{r_{\mathrm{E}}^2 + r_{\mathrm{L}}^2 \cos^2\zeta}} \quad \circlearrowright \quad a_{\mathrm{e}}(\zeta) = \frac{r_{\mathrm{L}}}{\sqrt{r_{\mathrm{E}}^2 + r_{\mathrm{L}}^2 \cos^2\zeta}} - 1 \tag{5.1) (5.2}$$

(5.2) ist ein Ausdruck für die **Anomalie des magnetischen Moments des Elektrons** a_{e}.
Stattdessen Kreisfrequenzen eingesetzt [→ (3.10)], liefert für das Elektron:

$$a_{\mathrm{e}} = \frac{\omega_{\mathrm{Le}}}{\omega_{\mathrm{ce}}} - 1 = \tfrac{1}{2} g_{\mathrm{e}} - 1 = 1{,}159\,652\,180\,91(26) \cdot 10^{-3} \text{ [5]} \tag{5.3}$$

Wegen der Erwartung, daß bei gleicher v_ℓ und $\omega_{Le} = \omega_{ce}$ die Radien r_{Le} und r_{ce} gleich sein sollten oder gleiche Radien $r_{Le} = r_{ce}$ zu gleichen Kreisfrequenzen ω_{Le} und ω_{ce} führen müßten:

$$r_L = r_{Le} = r_{ce} \quad \omega_{Le} = \omega_{ce};\ v_{\ell L} \equiv v_{\ell c} \qquad\qquad \omega_{Le} = \omega_{ce} \quad r_{Le} = r_{ce};\ v_{\ell L} \equiv v_{\ell c} \tag{5.4) (5.5}$$

es aber nicht sind und dafür eine Erklärung fehlte, wurde von der Anomalie magnetischer Momente gesprochen.

- In Tests ermittelte $g_e/2$-Werte bestätigen, daß das Elektron (Elementarsystem) beim Umlauf im homogenen Magnetfeld in seiner Elektron-Bahnebene gegenüber der *Larmor*-Ebene um den Winkel ζ geneigt sein muß:

$$\zeta = \arccos\sqrt{\left(\frac{1}{g_e/2}\right)^2 - \left(\frac{r_E}{r_L}\right)^2} \quad \left(\approx \arccos\frac{2}{g_e}\right) \qquad \left.\begin{array}{l} = 4{,}813\,590\,401\,4162 \cdot 10^{-2}\ \text{rad} \\ = 2{,}757\,984\,143\,0583\ ° \end{array}\right|_{r_L > 3\cdot 10^{-6}\ \text{m}} \tag{5.6}$$

Bei in der Praxis auftretenden Versuchs-Verhältnissen ($r_L \approx 10^{-3}$ m) ist der Quotient aus r_E und r_L ($\approx 10^{-10}$) gegenüber dem 1. Quotienten (≈ 1) in (5.6) unbedeutend – Winkel ζ ist damit von den Versuchsbedingungen nahezu unabhängig.

> Der reziproke halbe *Landé*-Faktor ist folglich der **Kosinuswert vom Neigungswinkel** ζ!
> Da sich Winkel ζ den Umständen (wenn auch nur minimal) anpaßt (um Flußdichte ${}_{t;r}\varnothing B_{L\ell}$ der $|\vec{B}|$ anzugleichen), sind *Landé*-Faktor g_e, „Anomalie" des magnetischen Moments a_e und gyromagnetisches Verhältnis γ_e **keine** Konstanten!

6. Schluß, Kommentar, Folgerung

Messungen / Berechnungen an „einer Ladung mit und einer ohne Spin", die sich im homogenen Magnetfeld bewegen, liefern verschiedene Ergebnisse. Werden für beide Ladungen ihre physikalischen Verschiedenheiten beachtet, sind die Ergebnisse verständlich. Es wäre eher anomal, so sie gleich wären. Bei magnetischen Momenten besteht also keine Anomalie. Diese Bezeichnung ergab sich aus einer Erklärungsnot.
Da Meßergebnisse verblüfften und unerklärt blieben, wurde eine Interpretation in der QED gesucht.

Die Definition des gyromagnetischen oder *Landé*-Faktors g_e erlaubt nun folgende Ausdrücke [→ (2.5)]:

$$g_e = \frac{2|\vec{\mu}_e|}{\mu_B} = \frac{2}{\cos\zeta} \qquad \circlearrowright \qquad |\vec{\mu}_e| = \frac{\mu_B}{\cos\zeta} = \frac{e_0 f_e \pi r_E^2}{\cos\zeta} \tag{6.1) (6.2}$$

und für das gyromagnetische Verhältnis γ_e kann geschrieben werden [→ (2.7)]:

$$\gamma_e = \frac{|\vec{\mu}_e|}{|\vec{S}_e|} = \frac{g_e \mu_B}{\hbar} = \frac{4\pi r_e}{\mu_0\, e_0 \cos\zeta} \tag{6.3}$$

Für den Kosinus des Neigungswinkels ζ erhält man aus (6.2) mit (4.3.19):

$$\cos\zeta = \frac{\mu_B}{|\vec{\mu}_e|} = \sqrt{\left(\frac{\mu_0\, e_0\, v_\ell}{4\pi r_e\, r_L |\vec{B}|}\right)^2 - \left(\frac{r_E}{r_L}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{\mu_0\, e_0\, \omega_{Le}}{4\pi r_e |\vec{B}|}\right)^2 - \left(\frac{r_E\, \omega_{Le}}{v_\ell}\right)^2} \quad \left(\approx \frac{\mu_0\, e_0\, \omega_{Le}}{4\pi r_e |\vec{B}|}\right) \tag{6.4}$$

Wie aus (6.4) ersichtlich, ist der (Kosinus von) Neigungswinkel ζ außer von Einbringgeschwindigkeit v_ℓ und Flußdichte $|\vec{B}|$ vom Radius r_L – also überhaupt von den Testbedingungen – nur bei extrem kleinem r_L abhängig. Bei üblicherweise gewählten Voraussetzungen bleibt dies (für damit berechenbare Werte von g_e, $\vec{\mu}_e$ und γ_e) unbemerkt. Aber dennoch sind *Landé*-Faktor g_e, magnetisches Elektron-Moment $\vec{\mu}_e$ und gyromagnetisches Verhältnis γ_e nicht konstant!
Diese Erkenntnis war nicht absehbar.

(6.4) in (6.1) ... (6.3) eingebracht, ergibt:

$$g_e = \frac{2|\vec{\mu}_e|}{\mu_B} \quad \left(\approx \frac{8\pi r_e |\vec{B}|}{\mu_0\, e_0\, \omega_{Le}}\right) \tag{6.5}$$

$$|\vec{\mu}_e| = \tfrac{1}{2} g_e \mu_B = \frac{\mu_B}{\cos\zeta} \quad \left(\approx \frac{4\pi^2 r_E^2\, r_e f_e |\vec{B}|}{\mu_0\, \omega_{Le}} = \frac{r_e\, c^2 |\vec{B}|}{\mu_0 f_e\, \omega_{Le}}\right) \tag{6.6}$$

$$\gamma_e = \frac{|\vec{\mu}_e|}{|\vec{S}_e|} \qquad [\approx (\frac{4\pi r_e}{\mu_0\, e_0})^2 \cdot \frac{|\vec{B}|}{\omega_{Le}}] \tag{6.7}$$

Für die „Anomalie" des magnetischen Moments des Elektrons a_e wird aus (2.6) mit (6.4) und (6.5) folglich:

$$a_e = \frac{|\vec{\mu}_e|}{\mu_B} - 1 = \frac{1}{\cos\zeta} - 1 = \sqrt[-1]{(\frac{\mu_0\, e_0\, v_\ell}{4\pi r_e\, r_L\, |\vec{B}|})^2 - (\frac{r_E}{r_L})^2} - 1 = \sqrt[-1]{(\frac{\mu_0\, e_0\, \omega_{Le}}{4\pi r_e\, |\vec{B}|})^2 - (\frac{r_E\, \omega_{Le}}{v_\ell})^2} - 1 \quad (\approx \frac{4\pi r_e\, |\vec{B}|}{\mu_0\, e_0\, \omega_{Le}} - 1) \tag{6.8}$$

Dadurch, daß sich das Elektron neben seiner im Magnetfeld durch *Lorentz*-Kraft verursachten Kreisbewegung mit ω_{Le} auf Radius r_L auch mit ω_e auf Radius r_E bewegt und beide Bewegungsebenen um Winkel ζ gegeneinander geneigt sind, weicht der Quotient der magnetischen Momente beider Ebenen von 1 um a_e ab.

(6.2) oder (6.6) zeigen, daß das in der „*Larmor*-Ebene" vorhandene magnetische Elektron-Moment μ_e in der Elektron-Bahnebene als *Bohr*sches Magneton μ_B abgebildet wird. Projektionsfaktor ist dabei der Kosinus des Neigungswinkels ζ.

Der Unterschied von μ_e und μ_B ist also nicht durch einen (nicht existenten) Eigendrehimpuls (Elektron-**Spin**) bedingt, sondern wird wegen System-Drehimpuls L_{es} des Elektrons [6] ($\triangleq$ *Dirac*-Konstante $\hbar$) – durch das umlaufende Elektronfeld verursacht.

Die vermeintliche Anomalie a_e findet ihre Erklärung nachvollziehbar mit Beziehungen der klassischen Physik und bedarf zu ihrer Deutung keiner besonderen Phänomene oder speziellen Mathematik.

Auch für das magnetische Elektron-Moment μ_e gelten somit die klassischen physikalischen Gesetze, und damit sind seine Zusammenhänge entmystifiziert.

Mit obigen Ausführungen hat sich das Elektron-Modell in [2] erneut als nützlich erwiesen. Es ist nicht nur auf die Berechnung magnetischer Momente anwendbar, sondern es verdeutlicht auch Zusammenhänge.

Es bietet sich an, dies zum Überprüfen bzw genaueren Berechnen im Zusammenhang stehender Größen zu nutzen.

Die in diesem Aufsatz hergeleiteten Beziehungen und die aufgezeigte Sichtweise sollten bei der Betrachtung auch anderer „anomaler" magnetischer Momente – wie z B des a_μ beim E821-Experiment in Brookhaven – hilfreich sein. Werden für gleich gehaltene Ladungen differierende Resultate erzielt, sollten angewandte Modelle überdacht werden.

Wenn mit diesem Artikel eine weitere Frage mittels klassischer Physik geklärt zu sein scheint, gibt es Gründe genug, nach wie vor kritisch zu sein und selbst zu denken. Deutungen, die allein auf der Quantentheorie basieren und als einzig richtig vehement verteidigt werden, ohne verständliche Erklärungen zu liefern, sind zu hinterfragen und könnten übereilt, ja selbstgefällig sein. Vielleicht kommt die theoretische Physik aus ihrer Sackgasse heraus, wenn Antworten auf breiterem Horizont gesucht werden. Neue Antworten werden auch dann neue Fragen (neue Arbeit) nach sich ziehen. Einfachere, überschaubarere Darstellungen sollten selbstredend schwierigere, verwirrendere ablösen.

… und es gibt keine Veranlassung, bei vorerst unverstandenen physikalischen Beziehungen mystizistisch zu werden. Wie sich erneut zeigt, ist die Theorie der klassischen Physik gar nicht so „abgenutzt" und minderwertig und etwa nur bei groben Fragestellungen anwendbar, sondern vielleicht überhaupt auch in Elementarteilchenphysik hilfreich.

Aus Erfahrungen auch bei dieser Arbeit bleibt der Verfasser dabei:
Je komplexer (hier = komplizierter!) sich der Lösungsweg auftut, um so irriger ist der eingeschlagene Pfad.

Richard P. Feynman: „Es ist so einfach! Vom Vergnügen, Dinge zu entdecken."

Gern stimmt der Autor mit *Max Planck* darin überein, daß „es dem Mensch möglich ist,
durch reines Denken Aufschlüsse über die Gesetzmäßigkeiten der Welt" zu gewinnen.
Aber es verwundert, daß *Planck* angesichts seiner Quantenmechanik-Beiträge noch 1945 dazu stand.
Hatte er sich in seinem Innersten doch nicht mit indoktrinativer Quantentheorie angefreundet?

Kiel, im März 2012
Fassung e, 18. Juli 2016

hwm.k@kielnet.net
www.elektron.wiki

7. Quellenverzeichnis

[1] *Planck, Max*: *Wissenschaftliche Selbstbiographie*, 2. Aufl: Johann Ambrosius Barth Verlag; Leipzig (1948) S 7

[2] *KÖRBER, hans wm*: *ELEKTRONEN-Bewegungen* Teil 1, 2. Aufl: Edition SAPIENTIA, pro literatur Verlag, Augsburg (2009)

in Ergänzung vom Verfasser:

[-] *Konvergenz von fiktiver Physik und Realität – Naturkonstanten aus einem neuen Elektron-Modell erklärt*; ein unter diesem Titel seit März 2011 an diverse dt Physik-Institute und bedeutende Physik-Theoretiker persönlich versandter Aufsatz

[3] *Feynman, Richard P.*: *QED – The strange theory of light and matter*, Princeton University Press (1985), p 129:
„It has been a mystery ever since it was discovered more than fifty years ago, and all good theoretical physicists put this number on their wall and worry about it."

[4] *Feynman, Richard P.*: *QED – Die seltsame Theorie des Lichts und der Materie*, Piper Verlag GmbH, München (1988), S 17ff

[5] *The 2014* ***CODATA*** *Recommended Values of the Fundamental Physical Constants*, aktualisierte Werte vom Juni 2015:
http://physics.nist.gov/cuu/Constants/Table/allascii.txt

[6] in [2] S 43 Gleichg (1.4.9) ⑥

[7] in [2] S 43 Gleichg (1.4.11)

[8] in [2] S 14 Gleichg (1.1.12) ⑥

[9] in [2] S 14 Gleichg (1.1.11) ⑥

[10] in [2] S 43 Gleichg (1.4.12)

[11] in [2] S 13 Gleichg (1.1.4) ⑥

[12] in [2] S 14 Gleichg (1.1.10) ⑥

[13] in [2] S 42 Gleichg (1.4.8)

[14] in [2] S 16 Gleichg (1.1.20) ⑥

[15] in [2] S 40 Gleichg (1.3.77) ⑥

[16] http://de.wikipedia.org/wiki/Landé-Faktor

[17] *Weißmantel, Chr.* (Hrsg): *Kleine Enzyklopädie – Atom- und Kernphysik*, 1. Aufl: Harri Deutsch, Thun; Ffm (1983) S 62

[18] in [2] S 18 Gleichg (1.2.13)

[19] in [2] S 14, 44, 75, 76

[20] bspw am Brookhaven National Laboratory, Upton, NY 11973-5000: http://www.bnl.gov/bnlweb/pubaf/pr/newsroom.asp

[21] http://uni-ka.the-jens.de/html/theophys4/thse28.htm

[22] www.quantum.physik.uni-mainz.de/lectures/2006/ss06-atomphysikexperimente/Kapitel7.pdf, S 129

[23] *Fritzsch, Harald*: *Elementarteilchen – Bausteine der Materie*, Verlag C. H. Beck oHG, München (2004), S 59)

[24] in [2] S 17 Gleichg (1.2.1)

[25] *KÖRBER, hans wm*: *Überlegungen zur Symmetrie des Elektrons*, 9-S-Aufsatz (2012), S 4 Gleichg (3.2),
http://hanswm.ibk.me/data/downloads/251233/ueberlegungen_zur_symmetrie_des_elektrons_-_b.pdf

[26] in [2] S 17 Gleichg (1.2.2)

[27] in [2] S 19 Gleichg (1.2.19) mit S 42 Gleichg (1.4.8) zusammengebracht

[28] in [25] S 6 Gleichg (4.11)

[29] Diese Aussage ist dahingehend zu relativieren, daß es inzwischen besonders zum magnetischen Moment des Mμons (eines instabilen Elementarteilchens mit τ ca 10^{-6} s; Vergleich: Elektron $\tau > 10^{24}$ a !!!) einiges an Literatur gibt (s a [20]), bspw von

Jegerlehner, Fred: *The anomalous magnetic moment of the muon* (Humboldt U., Berlin), Springer, Berlin (2008) 426 pp

Heutige Arbeiten basieren dem Trend folgend zumeist auf der Quanten(feld)theorie. Die Crux dabei ist, daß die Quantenphysik wegen einiger in den 1920er Jahren auftretender Interpretationsprobleme gegen den Widerstand vieler Wissenschaftler ad hoc für Deutungen eingeführt wurde. Aus dieser, im Gegensatz zur klassischen Physik rational nicht nachvollziehbaren Naturbeschrei-bung, aber weiterverfolgten Theorie, entwickelten sich immer neue Theoriemodifikationen und speziell dafür ersonnene mathe-matische Methoden, so daß (auch wegen zunehmender Quanten-Anhänger) die Berücksichtigung Newtonscher Physik nur noch in der „groben" Physik opportun war. Die Gründe für das Ausweichen in die „Krücke" Quantentheorie wurden aus den Augen verloren, obgleich sich auch für einige der damals unerklärbaren Phänomene inzwischen Erklärungen anbieten – so z B für die Doppenspalt-Testergebnisse, das *EPR*-Paradoxon und das zwiespältige Photon-Verhalten. Der Anlaß für die Quantenphysik hat sich insofern häufig erledigt. Überdies ist beklagenswert, daß leichter anwendbare und verständlichere Deutungen von Naturgesetzen (wie zu erwarten ist auch die dieser Abhandlung) zugunsten der Quantenphysik ignoriert, ja verdrängt werden. Die Naturwissenschaft Physik wurde so entgegen ihres einstigen hehren Ziels immer mehr zu einer mystischen Geisteswissenschaft. Vergegenwärtigt man sich, daß der Begriff Quantenphysik ursprünglich mit *Planck*schem Wirkungsquantum eingeführt wurde, weil Photonenergie stets in der Dosis $h\,f$ auftritt (mit f indes beliebig dosierbar und nicht absolut quantisiert), hätte „**Quantengeometrie**" wegen Kreiszahl π bereits mit deren genaueren Berechnung durch *Archimedes* um 250 v Chr eingeführt werden können.

⑥ jedoch mit CODATA-2014-Werten von Juni 2015 aktualisiert